

## 1. Základní parametry motoru

Počet válců motoru	$n_v := 4$
Vrtání válce	$D := 105 \cdot \text{mm}$
Jmenovité otáčky	$n := 2200 \cdot \text{min}^{-1}$
Taktnost	$\tau := 0.5$
Hmotnost pístu	$m_p := 1.364 \cdot \text{kg}$
Hmotnost prvního pístního kroužku	$m_{k1} := 0.025 \cdot \text{kg}$
Hmotnost druhého pístního kroužku	$m_{k2} := 0.0189 \cdot \text{kg}$
Hmotnost stíracího kroužku	$m_{ks} := 0.0226 \cdot \text{kg}$
Hmotnost pístního čepu	$m_{\check{c}} := 0.614 \cdot \text{kg}$
Hmotnost jednoho pojistného kroužku (2 ks v tomto provedení)	$m_{pk} := 0.0047 \cdot \text{kg}$
Hmotnost posuvného podílu ojnice	$m_1 := 0.907 \cdot \text{kg}$
Hmotnost rotačního podílu ojnice	$m_2 := 1.645 \cdot \text{kg}$
Hmotnost ojnice	$m_{oj} := 2.552 \text{kg}$
Hmotnost pístních kroužků	$m_{pisk} := m_{k1} + m_{k2} + m_{ks} = 0.067 \text{kg}$
Poloměr zalomení klikové hřídele	$r := 60 \text{mm}$
Délka ojnice	$l := 215 \text{mm}$
Zdvíh	$Z := 2 \cdot r = 120 \cdot \text{mm}$
Zdvihový objem jednoho válce	$V_{z1} := \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot Z = 1.039 \text{L}$
Zdvihový objem motoru	$V_z := V_{z1} \cdot n_v = 4.156 \text{L}$

## 2. Výpočet základních kinematických veličin klikového mechanismu

### 2.1 Výpis hodnot dráhy, rychlosti a zrychlení

Určení kroku, po kterém se budou hodnoty vypisovat       $\text{krok} := 10 \cdot \text{deg}$

Počet vypsání hodnot       $i_{\max} := \frac{360 \cdot \text{deg}}{\text{krok}} = 36$

$$i := (0 \dots i_{\max})$$

$$\alpha_i := i \cdot \text{krok}$$

## 2.2 Určení dráhy pístu

Klikový poměr  $\lambda := \frac{r}{l} = 0.279$

Dráha pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele

Upravený vztah pro dráhu pístu s uvažováním pouze prvních dvou členů řady:

$$s(\alpha) := r \cdot \left[ 1 - \cos(\alpha) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos(2 \cdot \alpha)) \right]$$

I. harmonická složka dráhy pístu

$$s_1(\alpha) := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

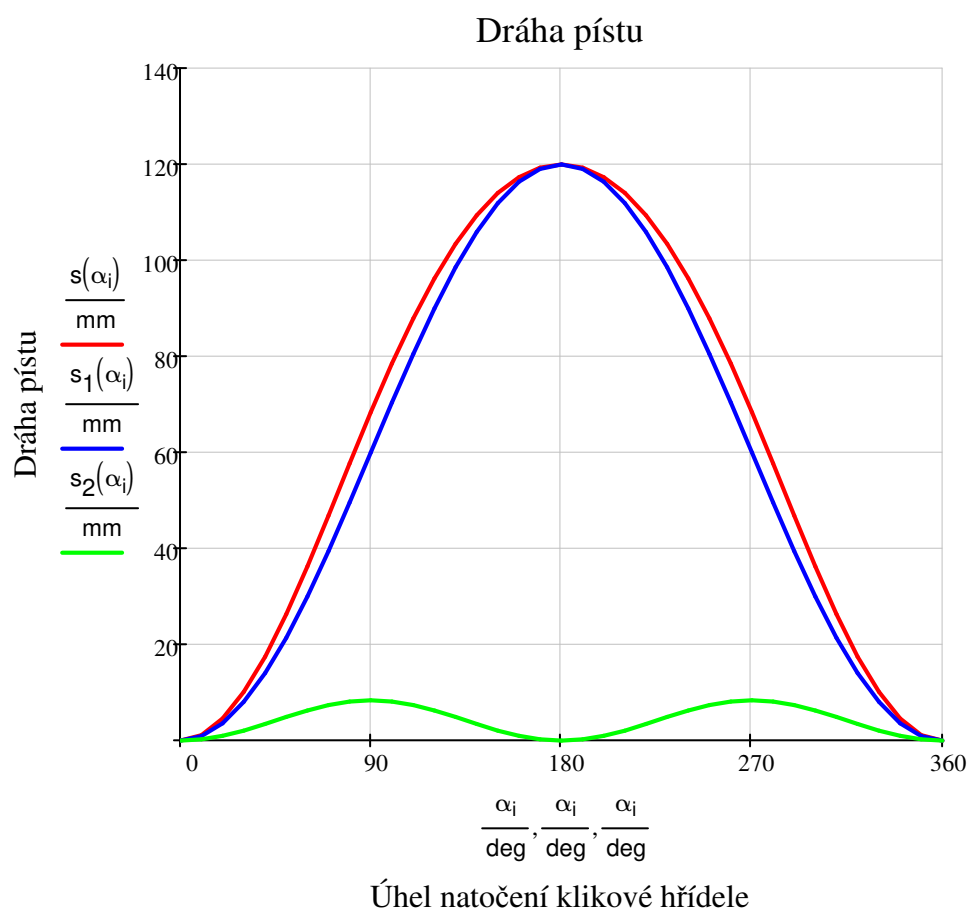
II. harmonická složka dráhy pístu

$$s_2(\alpha) := r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \alpha))$$

Amplituda I. a II. harmonické složky dráhy pístu

$$S_1 := r \quad S_1 = 60 \cdot \text{mm}$$

$$S_2 := r \cdot \frac{\lambda}{4} \quad S_2 = 4.186 \cdot \text{mm}$$



Poloha pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele - výpis hodnot

$\alpha_i$ deg	$s_1(\alpha_i)$ mm	$s_2(\alpha_i)$ mm	$s(\alpha_i)$ mm
0	0	0	0
10	0.912	0.252	1.164
20	3.618	0.979	4.598
30	8.038	2.093	10.131
40	14.037	3.459	17.496
50	21.433	4.913	26.346
60	30	6.279	36.279
70	39.479	7.393	46.872
80	49.581	8.12	57.701
90	60	8.372	68.372
100	70.419	8.12	78.539
110	80.521	7.393	87.914
120	90	6.279	96.279
130	98.567	4.913	103.48
140	105.963	3.459	109.422
150	111.962	2.093	114.055
160	116.382	0.979	117.361
170	119.088	0.252	119.341
180	120	0	120
190	119.088	0.252	119.341
200	116.382	0.979	117.361
210	111.962	2.093	114.055
220	105.963	3.459	109.422
230	98.567	4.913	103.48
240	90	6.279	96.279
250	80.521	7.393	87.914
260	70.419	8.12	78.539
270	60	8.372	68.372
280	49.581	8.12	57.701
290	39.479	7.393	46.872
300	30	6.279	36.279
310	21.433	4.913	26.346
320	14.037	3.459	17.496
330	8.038	2.093	10.131
340	3.618	0.979	4.598
350	0.912	0.252	1.164
360	0	0	0

## 2.3 Rychlost pístu

Úhlová rychlost klikového mechanismu  $\omega := 2 \cdot \pi \cdot n = 230.383 \frac{1}{s}$

Rychlost pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele

$$v(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \left( \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \sin(2 \cdot \alpha) \right)$$

I. harmonická složka rychlosti pístu

$$v_1(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

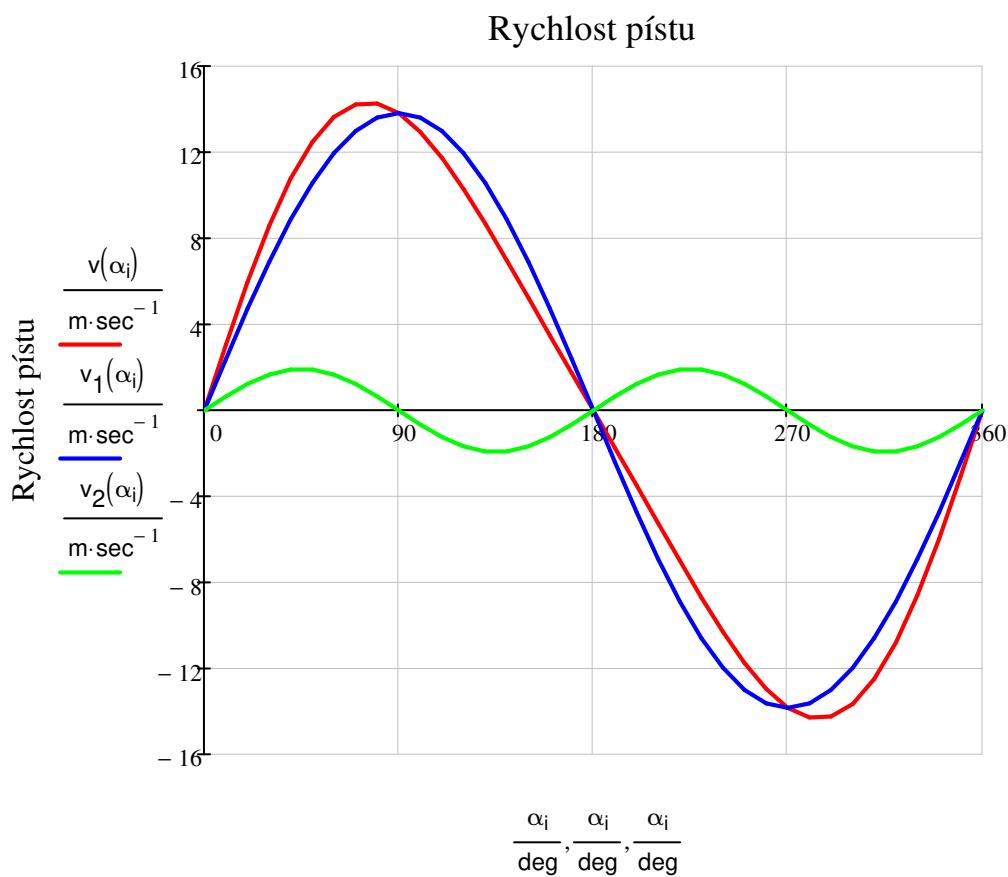
II. harmonická složka rychlosti pístu

$$v_2(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)$$

Amplituda I. a II. harmonické složky rychlosti pístu

$$V_1 := r \cdot \omega \quad V_1 = 13.823 \frac{m}{s}$$

$$V_2 := r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \quad V_2 = 1.929 \frac{m}{s}$$



Úhel natočení klikové hřídele

Rychlost pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele - výpis hodnot

$\frac{\alpha_i}{\text{deg}} =$	$\frac{v_1(\alpha_i)}{\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}} =$	$\frac{v_2(\alpha_i)}{(\text{m} \cdot \text{sec}^{-1})} =$	$\frac{v(\alpha_i)}{\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}} =$
0	0	0	0
10	2.4	0.66	3.06
20	4.728	1.24	5.968
30	6.912	1.67	8.582
40	8.885	1.899	10.785
50	10.589	1.899	12.489
60	11.971	1.67	13.641
70	12.989	1.24	14.229
80	13.613	0.66	14.273
90	13.823	0	13.823
100	13.613	-0.66	12.953
110	12.989	-1.24	11.75
120	11.971	-1.67	10.301
130	10.589	-1.899	8.69
140	8.885	-1.899	6.986
150	6.912	-1.67	5.241
160	4.728	-1.24	3.488
170	2.4	-0.66	1.741
180	$1.693 \cdot 10^{-15}$	0	$1.22 \cdot 10^{-15}$
190	-2.4	0.66	-1.741
200	-4.728	1.24	-3.488
210	-6.912	1.67	-5.241
220	-8.885	1.899	-6.986
230	-10.589	1.899	-8.69
240	-11.971	1.67	-10.301
250	-12.989	1.24	-11.75
260	-13.613	0.66	-12.953
270	-13.823	0	-13.823
280	-13.613	-0.66	-14.273
290	-12.989	-1.24	-14.229
300	-11.971	-1.67	-13.641
310	-10.589	-1.899	-12.489
320	-8.885	-1.899	-10.785
330	-6.912	-1.67	-8.582
340	-4.728	-1.24	-5.968
350	-2.4	-0.66	-3.06
360	$-3.386 \cdot 10^{-15}$	0	$-4.33 \cdot 10^{-15}$

## 2.4 Zrychlení pístu

Zrychlení pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele

$$a(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cos(2 \cdot \alpha))$$

I. harmonická složka zrychlení pístu

$$a_1(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

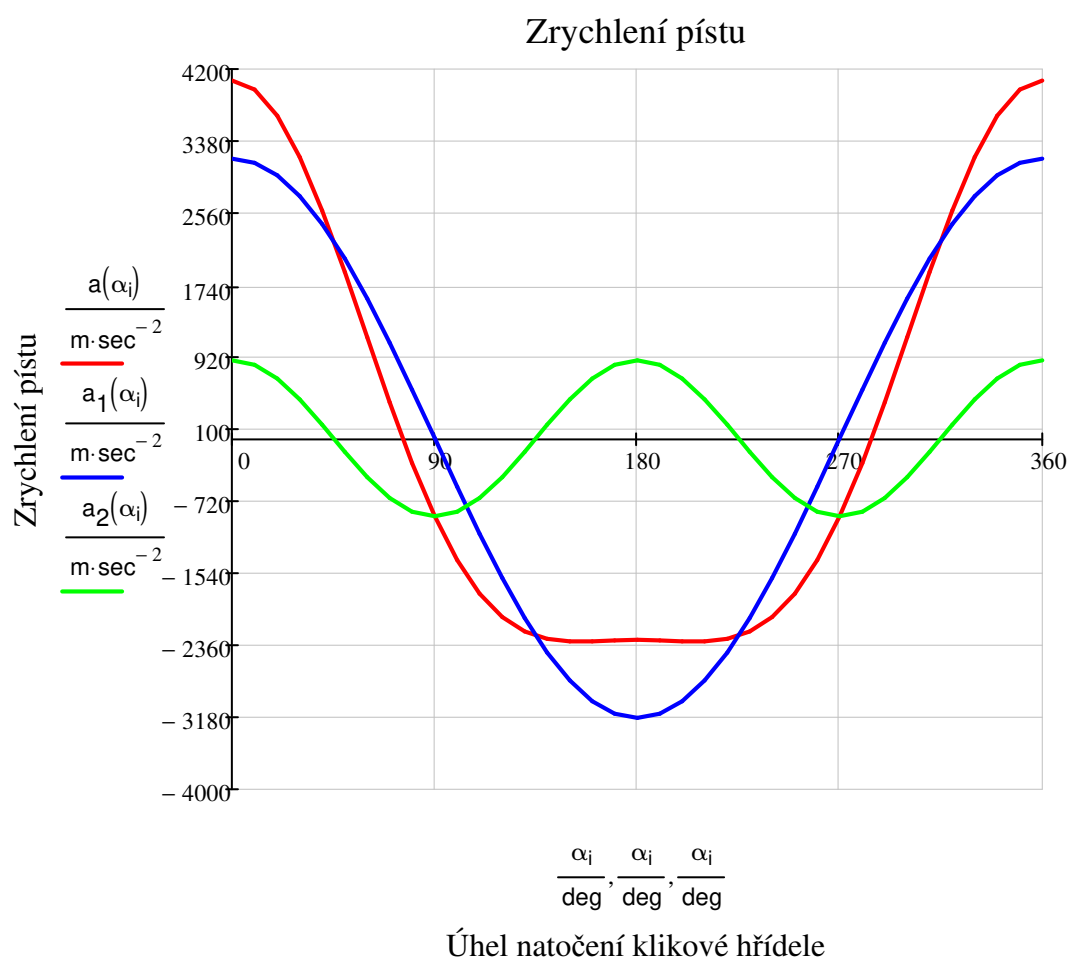
II. harmonická složka zrychlení pístu

$$a_2(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$

Amplituda I. a II. harmonické složky zrychlení pístu

$$A_1 := r \cdot \omega^2 \quad A_1 = 3.185 \times 10^3 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$$

$$A_2 := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \quad A_2 = 888.723 \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$$

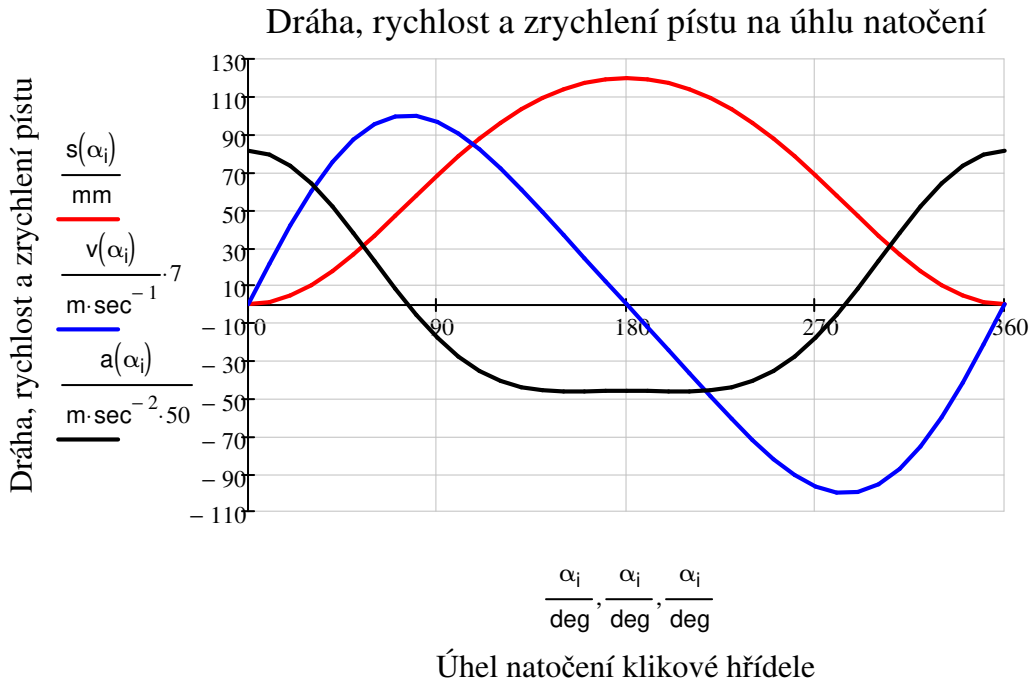


Zrychlení pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele - výpis hodnot

$\frac{\alpha_i}{\text{deg}} =$	$\frac{a_1(\alpha_i)}{\text{m} \cdot \text{sec}^{-2}} =$	$\frac{a_2(\alpha_i)}{\text{m} \cdot \text{sec}^{-2}} =$	$\frac{a(\alpha_i)}{\text{m} \cdot \text{sec}^{-2}} =$
0	$3.185 \cdot 10^3$	888.723	$4.073 \cdot 10^3$
10	$3.136 \cdot 10^3$	835.127	$3.971 \cdot 10^3$
20	$2.993 \cdot 10^3$	680.802	$3.673 \cdot 10^3$
30	$2.758 \cdot 10^3$	444.362	$3.202 \cdot 10^3$
40	$2.44 \cdot 10^3$	154.325	$2.594 \cdot 10^3$
50	$2.047 \cdot 10^3$	-154.325	$1.893 \cdot 10^3$
60	$1.592 \cdot 10^3$	-444.362	$1.148 \cdot 10^3$
70	$1.089 \cdot 10^3$	-680.802	408.393
80	552.999	-835.127	-282.128
90	$1.95 \cdot 10^{-13}$	-888.723	-888.723
100	-552.999	-835.127	$-1.388 \cdot 10^3$
110	$-1.089 \cdot 10^3$	-680.802	$-1.77 \cdot 10^3$
120	$-1.592 \cdot 10^3$	-444.362	$-2.037 \cdot 10^3$
130	$-2.047 \cdot 10^3$	-154.325	$-2.201 \cdot 10^3$
140	$-2.44 \cdot 10^3$	154.325	$-2.285 \cdot 10^3$
150	$-2.758 \cdot 10^3$	444.362	$-2.314 \cdot 10^3$
160	$-2.993 \cdot 10^3$	680.802	$-2.312 \cdot 10^3$
170	$-3.136 \cdot 10^3$	835.127	$-2.301 \cdot 10^3$
180	$-3.185 \cdot 10^3$	888.723	$-2.296 \cdot 10^3$
190	$-3.136 \cdot 10^3$	835.127	$-2.301 \cdot 10^3$
200	$-2.993 \cdot 10^3$	680.802	$-2.312 \cdot 10^3$
210	$-2.758 \cdot 10^3$	444.362	$-2.314 \cdot 10^3$
220	$-2.44 \cdot 10^3$	154.325	$-2.285 \cdot 10^3$
230	$-2.047 \cdot 10^3$	-154.325	$-2.201 \cdot 10^3$
240	$-1.592 \cdot 10^3$	-444.362	$-2.037 \cdot 10^3$
250	$-1.089 \cdot 10^3$	-680.802	$-1.77 \cdot 10^3$
260	-552.999	-835.127	$-1.388 \cdot 10^3$
270	$-5.85 \cdot 10^{-13}$	-888.723	-888.723
280	552.999	-835.127	-282.128
290	$1.089 \cdot 10^3$	-680.802	408.393
300	$1.592 \cdot 10^3$	-444.362	$1.148 \cdot 10^3$
310	$2.047 \cdot 10^3$	-154.325	$1.893 \cdot 10^3$
320	$2.44 \cdot 10^3$	154.325	$2.594 \cdot 10^3$
330	$2.758 \cdot 10^3$	444.362	$3.202 \cdot 10^3$
340	$2.993 \cdot 10^3$	680.802	$3.673 \cdot 10^3$
350	$3.136 \cdot 10^3$	835.127	$3.971 \cdot 10^3$
360	$3.185 \cdot 10^3$	888.723	$4.073 \cdot 10^3$

### 2.5 Kinematické veličiny pohybu pístu

Závislost dráhy, rychlosti a zrychlení na úhlu natočení klikové hřídele



### 3. Diagram p-alfa

Načtení indikátorového diagramu ze souboru

$p_{\text{ind}} := \text{READPRN}(\text{"p-alfa2200.dat"})$

Počet naměřených hodnot

$np := p_{\text{ind}_0}$

$np = 720$

Krok snímání hodnot

$\text{krok} := \frac{720}{np} \text{deg}$        $\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$

Interval hodnot

$i := 0..(np - 1)$        $\alpha_i := i \cdot \text{krok}$        $np - 1 = 719$

Načtení tlaků

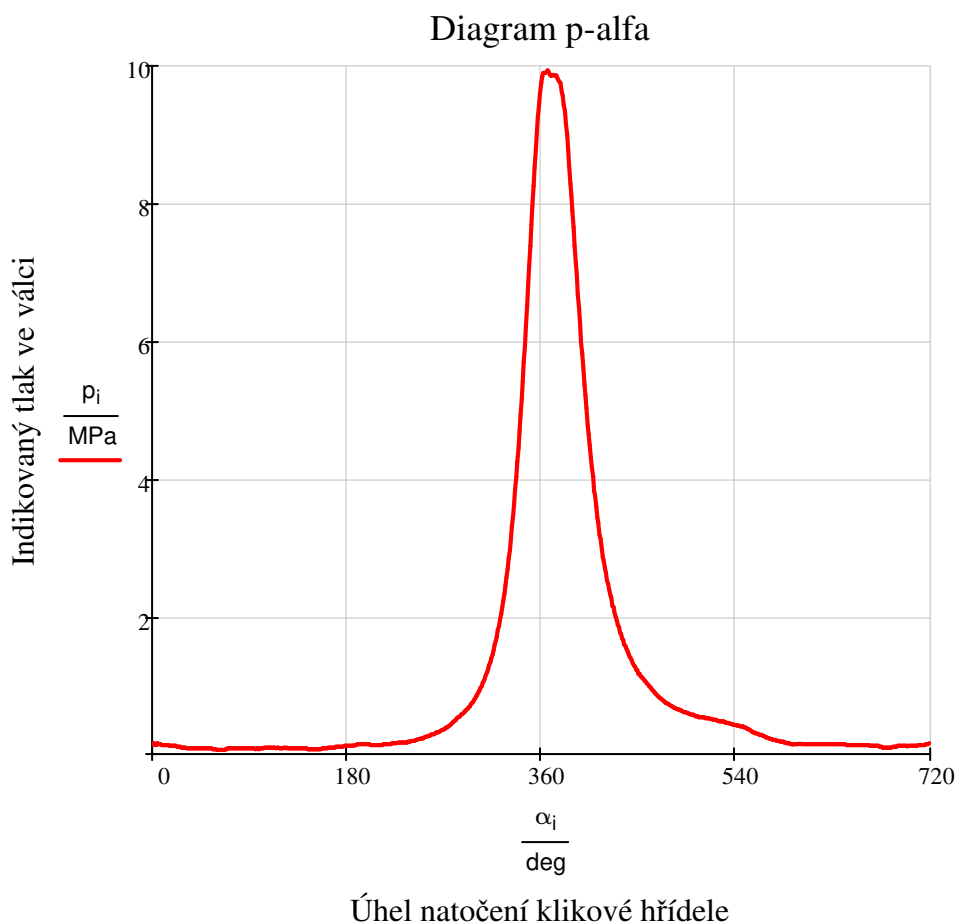
$p_i := p_{\text{ind}_{i+1}} \text{MPa}$

Hodnota atmosférického tlaku

$p_{\text{atm}} := 101325 \cdot \text{Pa}$

	0
0	720
1	0.136
2	0.161
3	0.136
4	0.158
5	0.136
6	0.161
7	0.149
8	0.149
9	0.149
10	0.136
11	0.136
12	0.136
13	0.136
14	0.136
15	0.136
16	0.136
17	0.124
18	0.124
19	...





Maximální a minimální hodnota indikovaného tlaku ve válci

maximální hodnota	$p_{\max} := \max(p)$	$p_{\max} = 9.939 \cdot \text{MPa}$
minimální hodnota	$p_{\min} := \min(p)$	$p_{\min} = 0.063 \cdot \text{MPa}$

## 4. Síly v klikovém mechanismu

### 4.1 Průběh sil přenášených pístním čepem

#### 4.1.1 Síly ve směru osy válce přenášené pístním čepem

Průřezová plocha dna pístu  $S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 8.659 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

Primární síly od tlaků plynu působící na píst  $F_p := (p - p_{\text{atm}}) \cdot S_p$

Maximální a minimální hodnota síly od tlaků plynu působící na píst

maximální hodnota	$F_{p\max} := \max(F_p)$	$F_{p\max} = 85.185 \cdot \text{kN}$
minimální hodnota	$F_{p\min} := \min(F_p)$	$F_{p\min} = -0.331 \cdot \text{kN}$

Zrychlení pístní skupiny  $\ddot{a}(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$

Hmotnost pístní skupiny

$$m_{psk} := m_p + m_{k1} + m_{k2} + m_{ks} + m_{\check{c}} + 2 \cdot m_{pk} = 2.054 \text{ kg}$$

Setrvačné (sekundární) síly pístní skupiny

$$F_{Si} := -(m_{psk} + m_1) \cdot a(\alpha_i)$$

Maximální a minimální hodnota setrvačné síly pístní skupiny

$$\text{maximální hodnota} \quad \max(F_S) = 6.855 \cdot \text{kN}$$

$$\text{minimální hodnota} \quad \min(F_S) = -12.061 \cdot \text{kN}$$

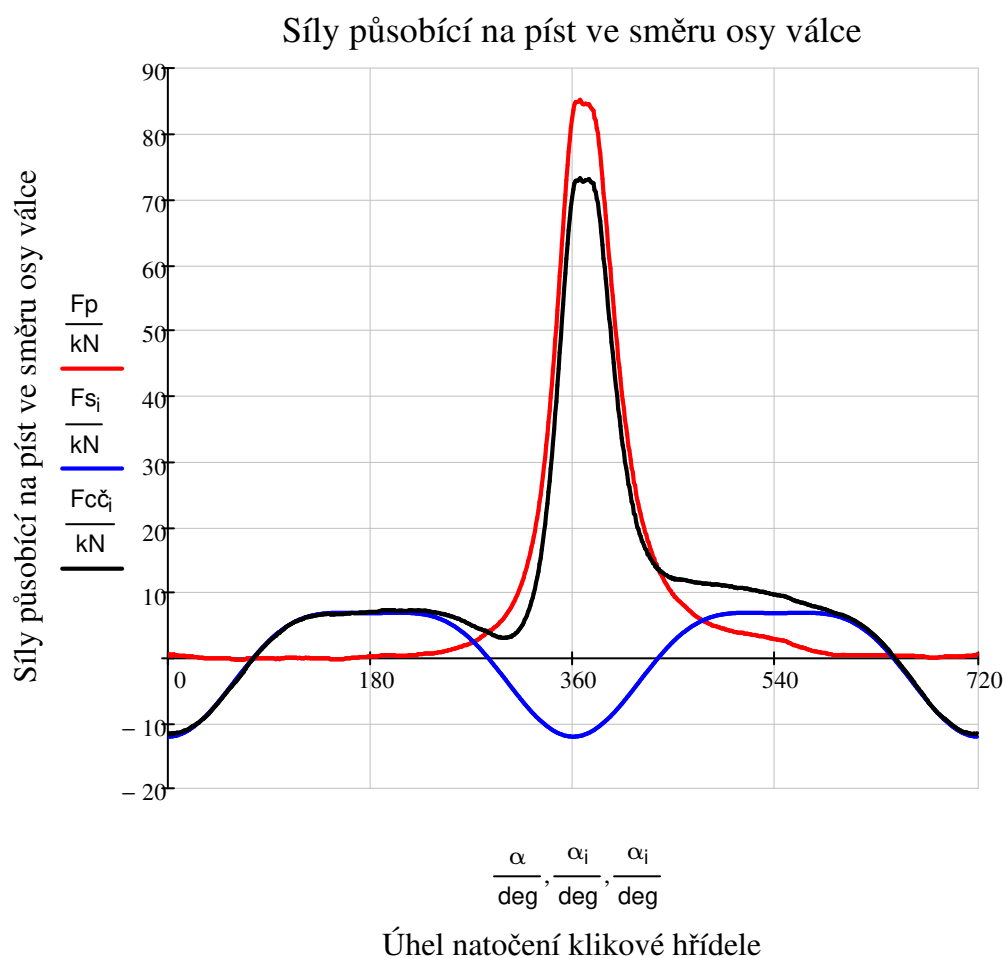
Celkové síly působící ve směru osy válce na pístní čep

$$F_{c\check{c}i} := F_{Si} + F_{pi}$$

Maximální a minimální hodnota celkové síly působící na pístní čep

$$\text{maximální hodnota} \quad \max(F_{c\check{c}}) = 73.233 \cdot \text{kN}$$

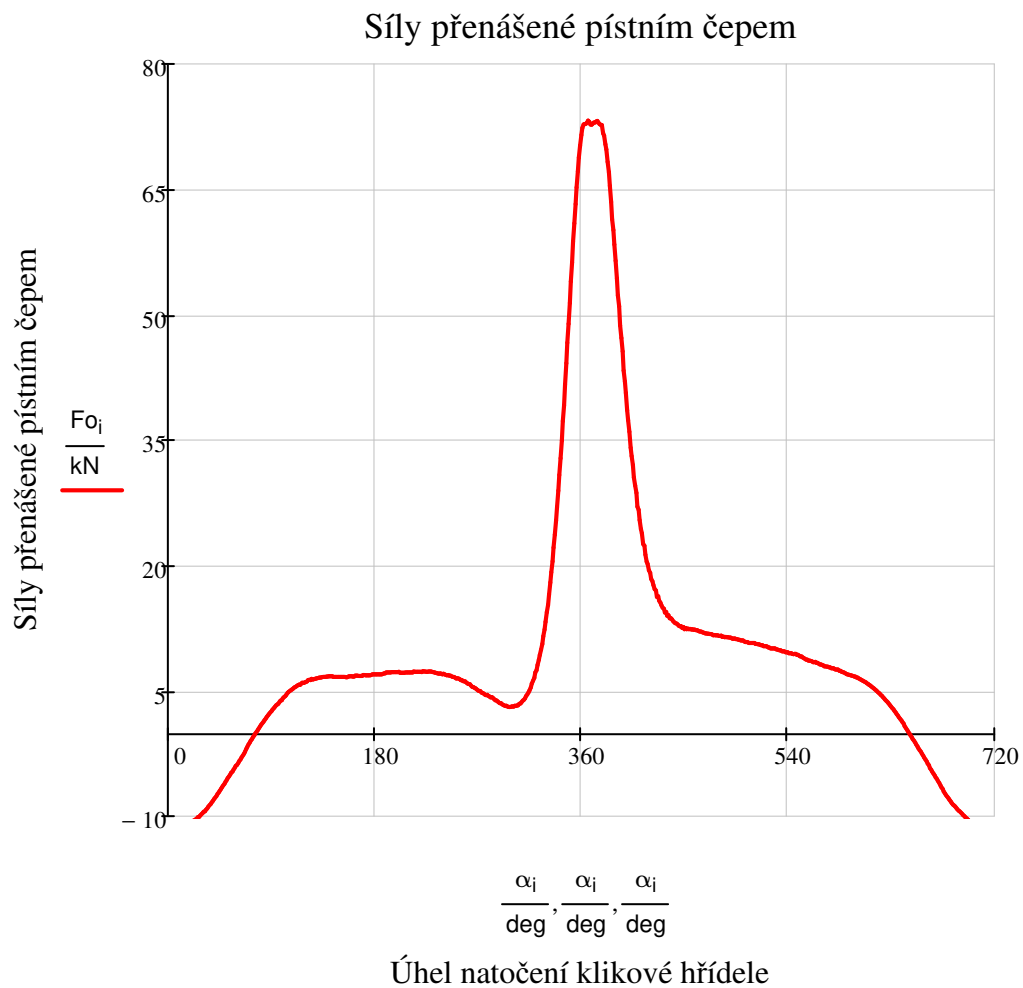
$$\text{minimální hodnota} \quad \min(F_{c\check{c}}) = -11.757 \cdot \text{kN}$$



#### 4.1.2 Síly přenášeným pístním čepem

Úhel odklonu ojnice  $\beta_i := \arcsin(\lambda \cdot \sin(\alpha_i))$

Síly přenášené pístním čepem  $F_{oi} := \frac{F_{c\check{c}_i}}{\cos(\beta_i)}$



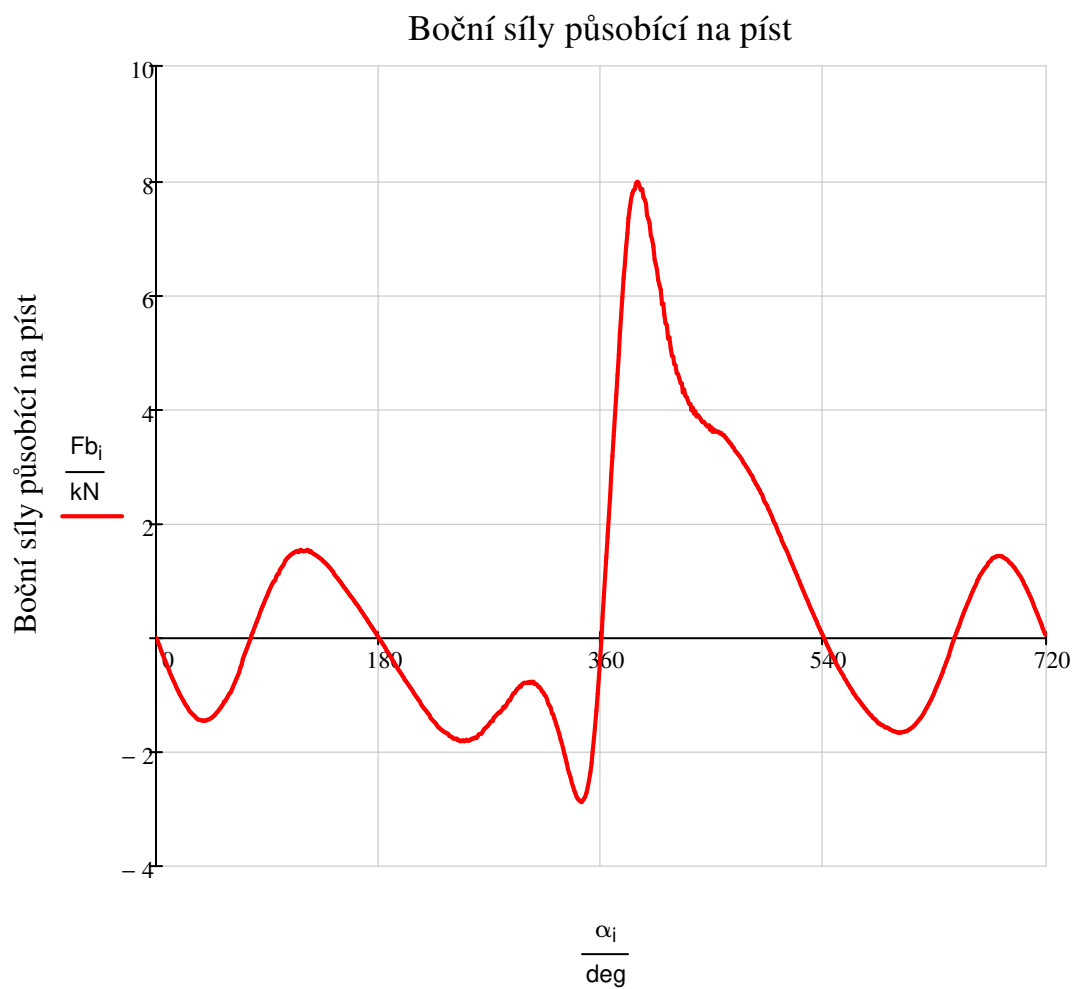
Maximální a minimální hodnota síly přenášené pístním čepem

maximální hodnota  $\max(F_o) = 73.264 \cdot \text{kN}$

minimální hodnota  $\min(F_o) = -11.757 \cdot \text{kN}$

#### 4.1.3 Boční síly působící na píst

Boční síly působící na píst  $F_{b_i} := F_{o_i} \cdot \tan(\beta_i)$



Maximální a minimální hodnota boční síly působící na píst

maximální hodnota  $\max(F_b) = 7.978 \cdot \text{kN}$

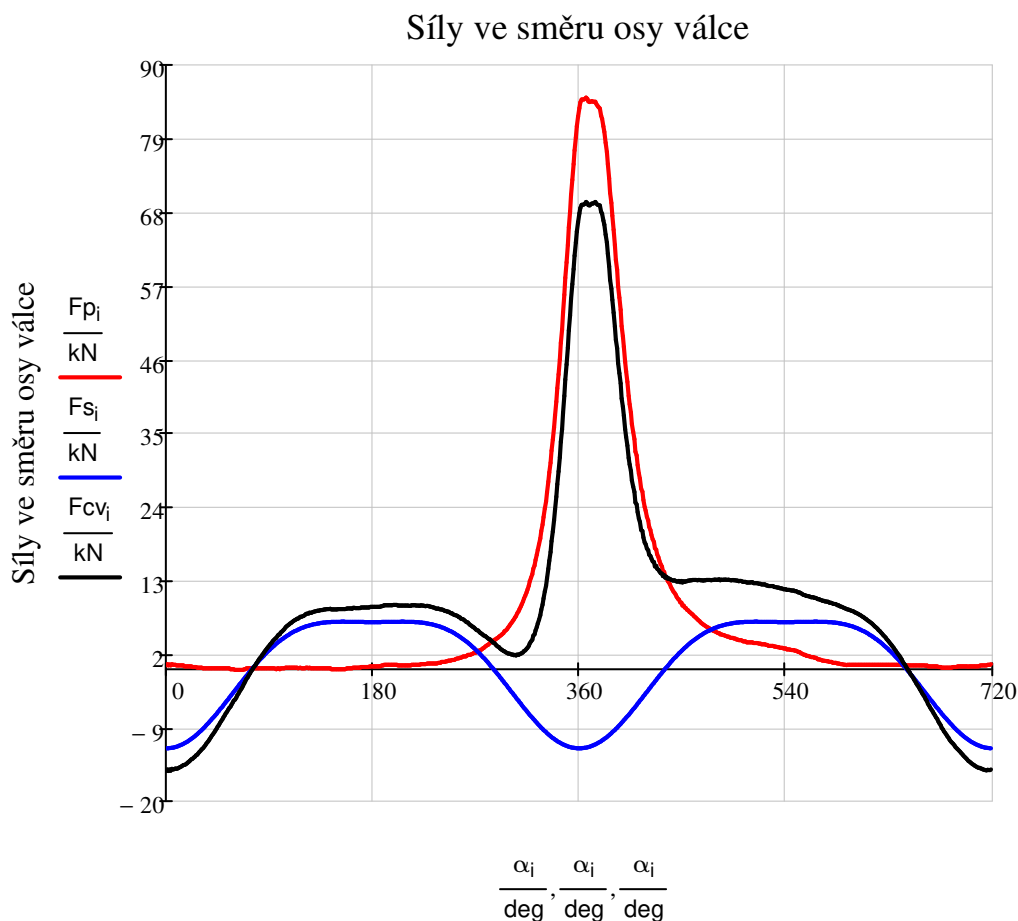
minimální hodnota  $\min(F_b) = -2.877 \cdot \text{kN}$

## 4.2 Určení radiálních a tangenciálních sil na jednom zalomení klikové hřídele

### 4.2.1. Radiální síly

Celková setrvačná síla posuvných hmot  $F_{csp_i} := -m_1 \cdot a(\alpha_i)$

Celkové síly ve směru osy válce  $F_{cv_i} := F_{p_i} + F_{s_i} + F_{csp_i}$



Úhel natočení klikové hřídele

Maximální a minimální hodnota síly od tlaků plynu působící na píst

maximální hodnota  $\max(F_p) = 85.185 \cdot \text{kN}$

minimální hodnota  $\min(F_p) = -0.331 \cdot \text{kN}$

Maximální a minimální hodnota setrvačné síly pístní skupiny

maximální hodnota  $\max(F_s) = 6.855 \cdot \text{kN}$

minimální hodnota  $\min(F_s) = -12.061 \cdot \text{kN}$

Maximální a minimální hodnota celkové síly ve směru osy válce

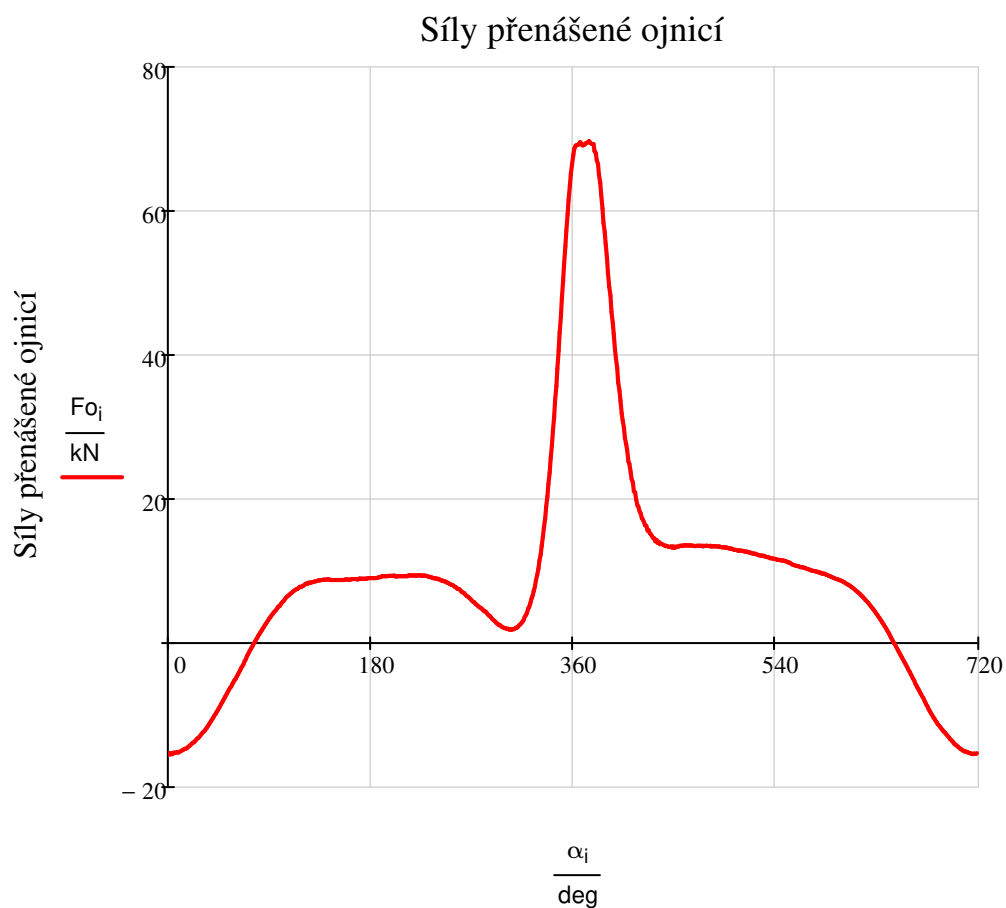
maximální hodnota  $\max(F_{cv}) = 69.572 \cdot \text{kN}$

minimální hodnota  $\min(F_{cv}) = -15.451 \cdot \text{kN}$

#### 4.2.2 Síly přenášené ojnici

Síly přenášené ojnici

$$F_{o_i} := \frac{F_{cv_i}}{\cos(\beta_i)}$$



Maximální a minimální hodnota síly přenášené ojnici

maximální hodnota  $\max(F_o) = 69.716 \cdot \text{kN}$

minimální hodnota  $\min(F_o) = -15.451 \cdot \text{kN}$

Radiální složka síly od ojnice

$$F_{r_i} := F_{o_i} \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

Odstředivá síla rotačních částí ojnice

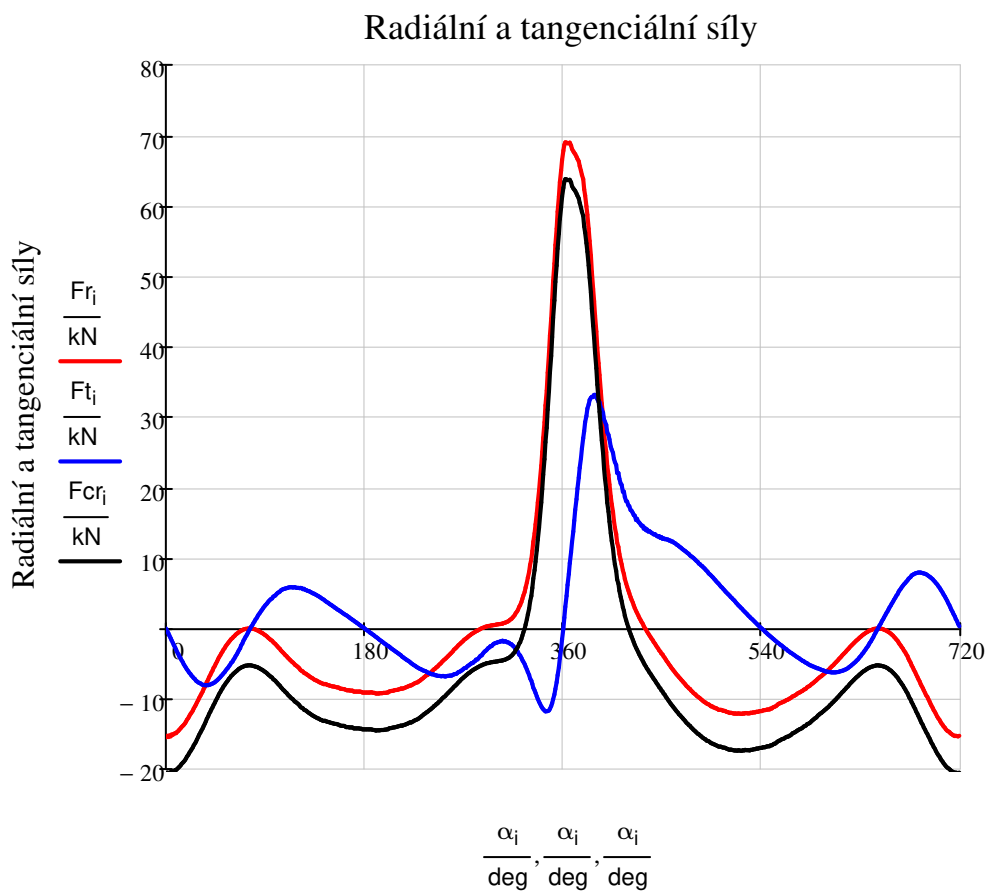
$$F_{od} := m_2 \cdot r \cdot \omega^2 = 5.239 \cdot \text{kN}$$

Tečná síly

$$F_{t_i} := F_{o_i} \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i)$$

Celková radiální síla

$$F_{cr_i} := F_{r_i} - F_{od}$$



### Úhel natočení klikové hřídele

Maximální a minimální hodnota radiální složky síly od ojnice

maximální hodnota       $\max(F_r) = 69.059 \cdot \text{kN}$

minimální hodnota       $\min(F_r) = -15.451 \cdot \text{kN}$

Maximální a minimální hodnota tangenciální síly

maximální hodnota       $\max(F_t) = 33.197 \cdot \text{kN}$

minimální hodnota       $\min(F_t) = -11.795 \cdot \text{kN}$

Maximální a minimální hodnota celkové radiální síly

maximální hodnota       $\max(F_{cr}) = 63.821 \cdot \text{kN}$

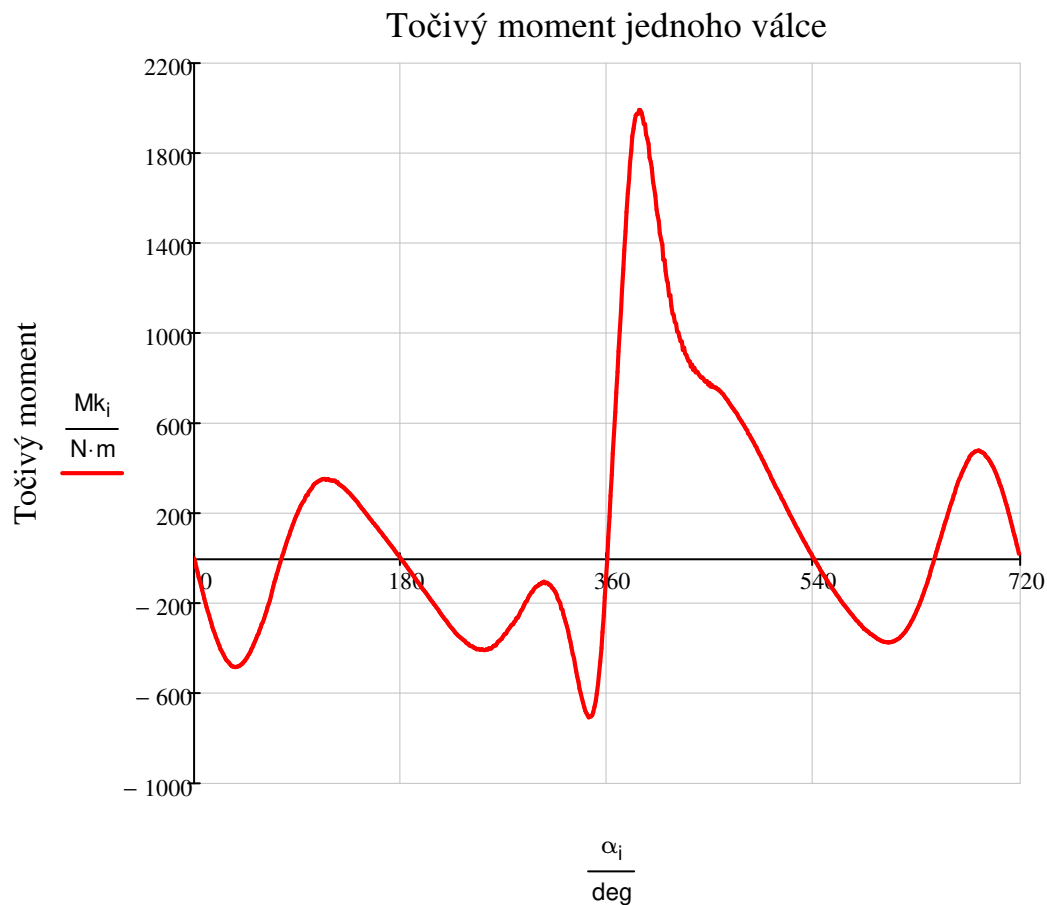
minimální hodnota       $\min(F_{cr}) = -20.69 \cdot \text{kN}$

### 4.3 Točivý moment

#### 4.3.1 Točivý moment jednoho válce

Točivý moment jednoho válce

$$M_{k_i} := F_{t_i} \cdot r$$



Úhel natočení klikové hřídele

Maximální, minimální a střední hodnota točivého momentu

Maximální hodnota  $\max(M_k) = 1991.846 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$

Minimální hodnota  $\min(M_k) = -707.693 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$

Střední hodnota  $\text{mean}(M_k) = 125.325 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$

Střední indikovaný moment a výkon jednoho válce

Střední indikovaný moment jednoho válce  $M_{k_{in}} := \text{mean}(M_k) = 125.325 \cdot \text{N}\cdot\text{m}$

Střední indikovaný výkon jednoho válce  $P_{s_{in}} := M_{k_{in}} \cdot \omega = 28.873 \cdot \text{kW}$



#### 4.3.2 Točivé momenty na jednotlivých válcích

$$M_{kpom_i} := M_{k_i}$$

$$M_{kpom_{i+720}} := M_{k_i}$$

Momenty na jednotlivých válcích podle rozestupu zážehu

$$M_{k1_i} := M_{kpom_{i+0}}$$

$$M_{k2_i} := M_{kpom_{i+540}}$$

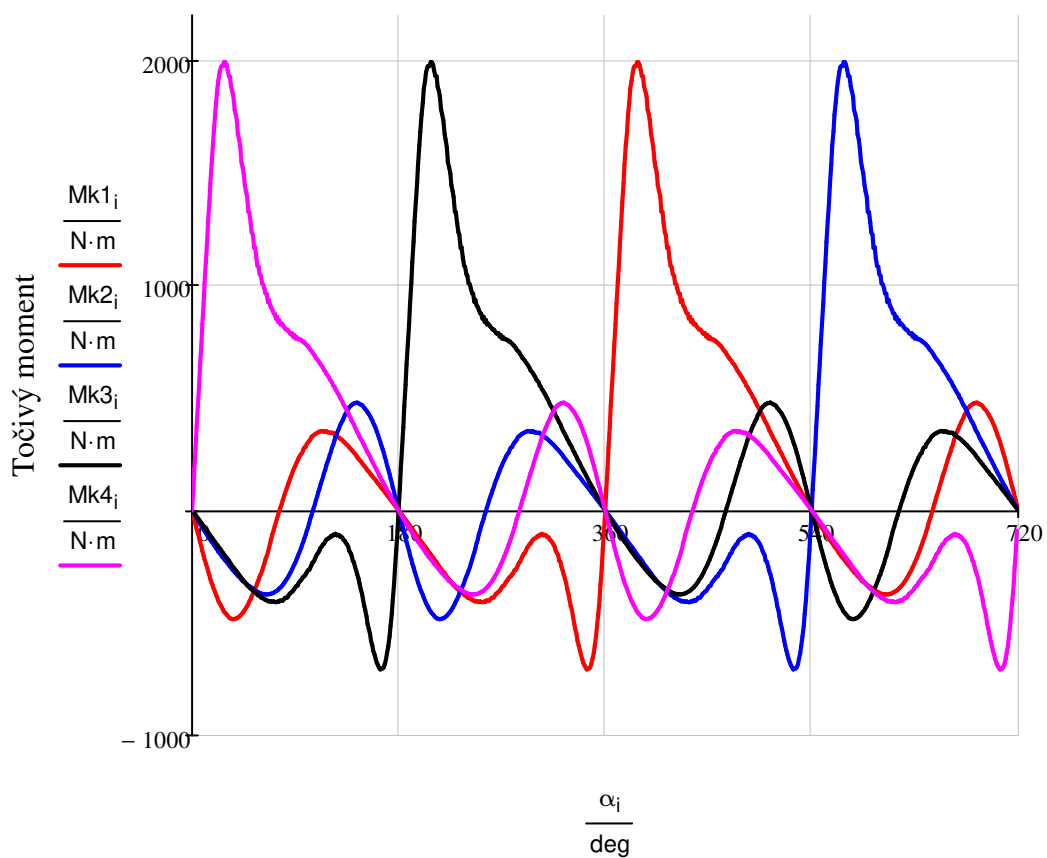
$$M_{k3_i} := M_{kpom_{i+180}}$$

$$M_{k4_i} := M_{kpom_{i+360}}$$

Rozestupy zážehu

$$\delta_z := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 540 \\ 180 \\ 360 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

#### Točivý moment na jednotlivých válcích



Úhel natočení klikové hřídele

#### 4.3.3 Celkový točivý moment motoru

Celkový točivý moment motoru

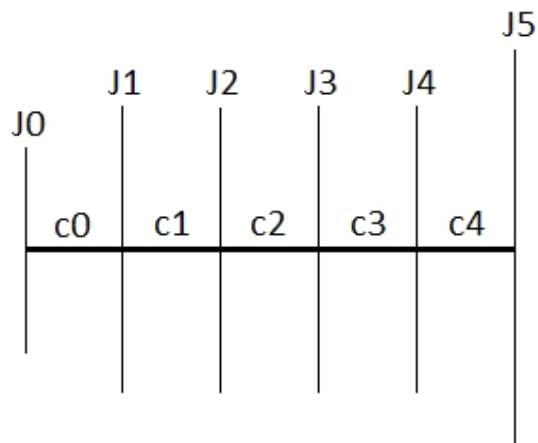
$$M_{kcel_i} := M_{k1_i} + M_{k2_i} + M_{k3_i} + M_{k4_i}$$

Střední hodnota celkového točivého momentu motoru

$$\text{mean}(M_{kcel}) = 501.301 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

## 5. Náhradní torzní soustava

Náhradní torzní soustava - model pro zadaný motor



### 5.1 Stanovení redukovaných momentů setrvačnosti

Jednotlivé momenty setrvačnosti byly zjištěny v programu Creo Parametric vymodelováním 3D modelů všech částí klikového mechanismu

Moment setrvačnosti řemenice	$J_{rem} := 0.01592 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti volného konce hřídele	$J_{0m} := 0.00158 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti 1. zalomení	$J_{1m} := 0.02083 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti 2. zalomení:	$J_{2m} := 0.02083 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti 3. zalomení:	$J_{3m} := 0.02083 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti 4. zalomení	$J_{4m} := 0.02083 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti zadního konce hřídele	$J_{5m} := 0.00446 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti setrvačníku	$J_{set} := 1.11876 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Moment setrvačnosti klikové hřídele	$J_{kh} := 1.276 \text{kg} \cdot \text{m}^2$

### 5.2 Redukce hmot klikové hřídele

#### 5.2.1 Redukce rotačních hmot

$$J_{rot} := m_2 \cdot r^2 = 5.922 \times 10^{-3} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

### 5.2.2 Redukce posuvných částí

Redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí

$$J_{\text{pos}} := (m_{\text{psk}} + m_1) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2 = 5.433 \times 10^{-3} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti předního konce

$$J_0 := J_{0m} + J_{\text{rem}} = 0.018 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti 1. zalomení

$$J_1 := J_{1m} + J_{\text{rot}} + J_{\text{pos}} = 0.032 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti 2. zalomení

$$J_2 := J_{2m} + J_{\text{rot}} + J_{\text{pos}} = 0.032 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti 3. zalomení

$$J_3 := J_{3m} + J_{\text{rot}} + J_{\text{pos}} = 0.032 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti 4. zalomení

$$J_4 := J_{4m} + J_{\text{rot}} + J_{\text{pos}} = 0.032 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Redukovaný moment setrvačnosti zadního konce

$$J_5 := J_{5m} + J_{\text{set}} = 1.123 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

### 5.3 Redukce délek klikové hřídele

#### 5.3.1 Redukovaná délka zalomení $L_{\text{red}}$ :

Průměr hlavního čepu	$D_{\text{hc}} := 80 \cdot \text{mm}$
Redukovaný průměr	$D_{\text{red}} := D_{\text{hc}} = 80 \cdot \text{mm}$
Šířka hlavního čepu	$L_{\text{hc}} := 44 \cdot \text{mm}$
Průměr ojnicního čepu	$D_{\text{oc}} := 66 \cdot \text{mm}$
Šířka ojnicního čepu	$L_{\text{oc}} := 40 \cdot \text{mm}$
Tloušťka ramene zalomení	$L_{\text{ram}} := 25 \cdot \text{mm}$
Šířka ramene zalomení	$b_{\text{ram}} := 140 \cdot \text{mm}$

Redukovaná délka zalomení

$$L_{\text{redz}} := D_{\text{red}} \left[ \frac{L_{\text{hc}} + 0.4 \cdot D_{\text{hc}}}{D_{\text{hc}}^4} + \frac{L_{\text{oc}} + 0.4 \cdot D_{\text{oc}}}{D_{\text{oc}}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{\text{oc}} + D_{\text{hc}})}{L_{\text{ram}} \cdot b_{\text{ram}}^3} \right] = 237.725 \cdot \text{mm}$$

### 5.3.2 Redukovaná délka řemenice $L_{redr}$ :

Délka volného konce hřídele na straně řemenice  $l_{rem} := 129 \cdot \text{mm}$

Délka řemenice  $l_{nab} := 63 \cdot \text{mm}$

Průměr volného konce na straně řemenice  $d_1 := 40 \cdot \text{mm}$

Redukovaná délka řemenice

$$L_{redr} := \frac{1}{2} \cdot \left( l_{rem} - \frac{l_{nab}}{2} \right) \cdot \frac{D_{red}^4}{d_1^4} + \frac{1}{2} \cdot L_{redz} = 898.863 \cdot \text{mm}$$

### 5.3.3 Redukovaná délka setrvačníku $L_{reds}$ :

Délka příruby setrvačníku  $L_p := 35 \cdot \text{mm}$

Roztečný průměr šroubu setrvačníku  $D_p := 80 \cdot \text{mm}$

Redukovaná délka setrvačníku

$$L_{reds} := \frac{1}{2} \cdot L_{hc} + \frac{1}{2} \cdot L_{redz} + L_p \cdot \frac{D_{red}^4}{D_p^4} = 175.863 \cdot \text{mm}$$

## 5.4 Výpočet torzních tuhostí jednotlivých úseků

Polární moment setrvačnosti  $J_p$   $J_p := \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} = 4.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4$

Poissonova konstanta  $\mu := 0.3$

Modul pružnosti materiálu v tahu pro ocel  $E := 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

Modul pružnosti materiálu ve smyku pro ocel  $G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} = 8.077 \times 10^4 \cdot \text{MPa}$

Torzní tuhosti jednotlivých částí klikové hřídele

$$c_0 := \frac{G \cdot J_p}{L_{redr}} = 3.613 \times 10^5 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_1 := \frac{G \cdot J_p}{L_{redz}} = 1.366 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_2 := \frac{G \cdot J_p}{L_{redz}} = 1.366 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_3 := \frac{G \cdot J_p}{L_{redz}} = 1.366 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_4 := \frac{G \cdot J_p}{L_{reds}} = 1.847 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

## 6. Vlastní torzní kmitání soustavy bez tlumiče kmitů

### 6.1 Sestavení matic momentů setrvačnosti a torzní tuhosti bez tlumiče torzních kmitů

Jednotlivé momenty setrvačnosti soustavy

$$\underline{J} := \begin{pmatrix} J_0 \\ J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{pmatrix} \quad \underline{J} = \begin{pmatrix} 0.018 \\ 0.032 \\ 0.032 \\ 0.032 \\ 0.032 \\ 1.123 \end{pmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Jednotlivé torzní tuhosti

$$\underline{c} := \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} \quad \underline{c} = \begin{pmatrix} 3.613 \times 10^5 \\ 1.366 \times 10^6 \\ 1.366 \times 10^6 \\ 1.366 \times 10^6 \\ 1.847 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Matice momentů setrvačnosti M

$$\underline{M} := \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.018 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.032 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.032 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.032 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.032 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.123 \end{pmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Matice tuhosti C

$$\underline{\underline{C}} := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3.613 \times 10^5 & -3.613 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.613 \times 10^5 & 1.728 \times 10^6 & -1.366 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.366 \times 10^6 & 2.733 \times 10^6 & -1.366 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.366 \times 10^6 & 2.733 \times 10^6 & -1.366 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.366 \times 10^6 & 3.213 \times 10^6 & -1.847 \times 10^6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.847 \times 10^6 & 1.847 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Inverzní matice  $M^{-1}$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 57.143 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 31.07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 31.07 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 31.07 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 31.07 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.89 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$$

Čtvercová matice

$$\underline{\underline{A}} := M^{-1} \cdot C$$

$$A = \begin{pmatrix} 2.065 \times 10^7 & -2.065 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1.123 \times 10^7 & 5.368 \times 10^7 & -4.245 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4.245 \times 10^7 & 8.49 \times 10^7 & -4.245 \times 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4.245 \times 10^7 & 8.49 \times 10^7 & -4.245 \times 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.245 \times 10^7 & 9.983 \times 10^7 & -5.738 \times 10^7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.644 \times 10^6 & 1.644 \times 10^6 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}^2}$$

## 6.2 Výpočet vlastní frekvence

Vektor obsahující vlastní čísla matice A

$$a_{vc} := \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 1.54 \times 10^8 \\ 1.093 \times 10^8 \\ 5.416 \times 10^7 \\ 2.337 \times 10^7 \\ 4.81 \times 10^6 \\ -2.668 \times 10^{-10} \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

Úhlová frekvence vlastního kmitání

$$\omega := a_{vc}^{0.5} = \begin{pmatrix} 1.241 \times 10^4 \\ 1.045 \times 10^4 \\ 7.359 \times 10^3 \\ 4.834 \times 10^3 \\ 2.193 \times 10^3 \\ 1.634i \times 10^{-5} \end{pmatrix} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Normalizovaný vlastní vektor odpovídající vlastnímu číslu

$$X := \text{eigenvecs}(A)$$

$$X = \begin{pmatrix} -0.036 & -0.108 & -0.366 & -0.864 & -0.681 & 0.408 \\ 0.229 & 0.462 & 0.594 & 0.114 & -0.523 & 0.408 \\ -0.533 & -0.577 & 0.09 & 0.31 & -0.421 & 0.408 \\ 0.638 & -0.131 & -0.529 & 0.335 & -0.272 & 0.408 \\ -0.506 & 0.652 & -0.473 & 0.176 & -0.093 & 0.408 \\ 5.456 \times 10^{-3} & -9.961 \times 10^{-3} & 0.015 & -0.013 & 0.048 & 0.408 \end{pmatrix}$$

## 6.3 Vlastní torzní kmitání

### 6.3.1 První vlastní frekvence

Počet částí klikové hřídele

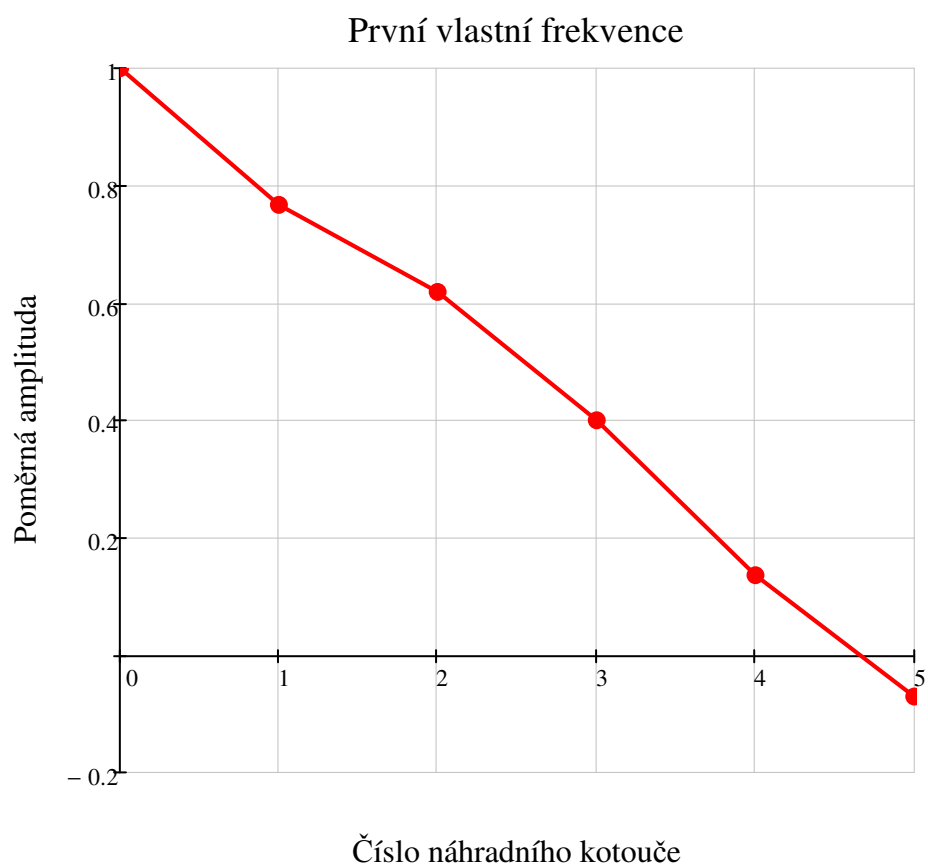
$$jx := (0..5)$$

Poměrné amplitudy

$$a1_{jx} := \frac{X_{jx,4}}{X_{0,4}}$$

Vektor poměrných amplitud

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.767 \\ 0.619 \\ 0.4 \\ 0.136 \\ -0.071 \end{pmatrix}$$



Vlastní úhlová frekvence  $\Omega_4 = 2193.143 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

První vlastní frekvence  $N_1 := \frac{\Omega_4}{2 \cdot \pi} = 349.05 \cdot \text{Hz}$



### 6.3.2 Druhá vlastní frekvence

Počet částí klikové hřídele

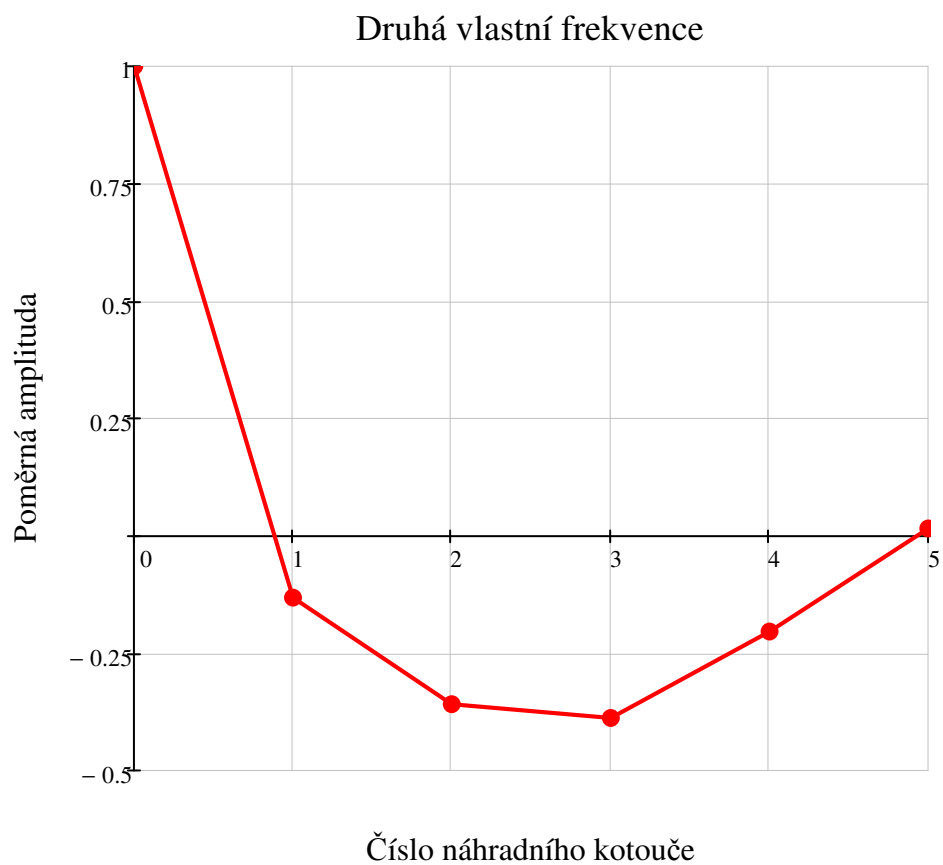
$$j_x := (0..5)$$

Poměrné amplitudy

$$a_{2j_x} := \frac{X_{j_x,3}}{X_{0,3}}$$

Vektor poměrných amplitud

$$a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.132 \\ -0.359 \\ -0.388 \\ -0.204 \\ 0.015 \end{pmatrix}$$



Vlastní úhlová frekvence  $\Omega_3 = 4834.067 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

Druhá vlastní frekvence  $N_2 := \frac{\Omega_3}{2 \cdot \pi} = 769.366 \cdot \text{Hz}$

## 7. Vynucené torzní kmitání soustavy

### 7.1 Rozklad točivého momentu na harmonické složky

Počet hodnot

$n := 720$

Určení intervalu

$j := 0 \dots (np - 1)$

Určení kroku vypisování

$\text{step} := 1 \cdot \text{deg}$

$j_{\max} := \frac{720 \cdot \text{deg}}{\text{step}} = 720$

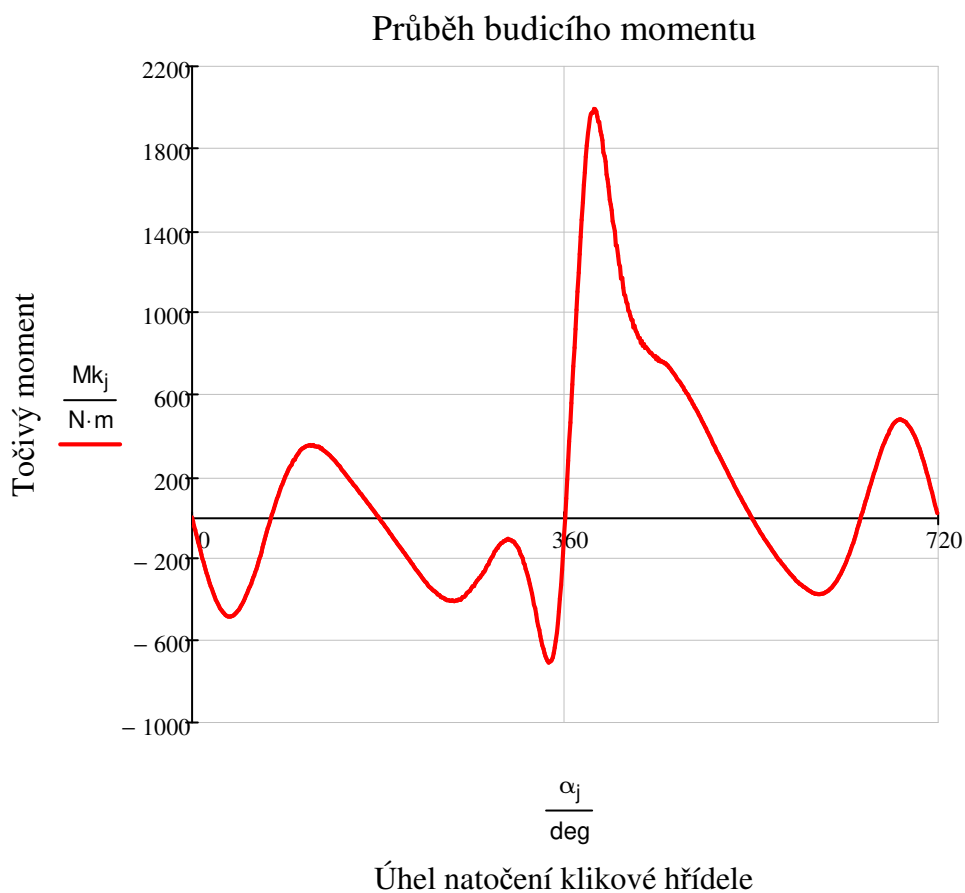
Intervaly vypisování hodnot

$i := 0 \dots 72$

$\alpha_j := j \cdot \text{step}$

$k := 0 \dots 24$

$\kappa_k := 0.5 \cdot k$



Výpočet pomocí Fourierovy transformace

$$h_k := \frac{2}{n} \cdot \sum_{j=0}^{np-1} \left[ M_{kj} \cdot e^{\left( 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{n} \right) \cdot i \cdot k} \right]$$

Reálná složka  $a_{h_k} := \text{Re}(h_k)$

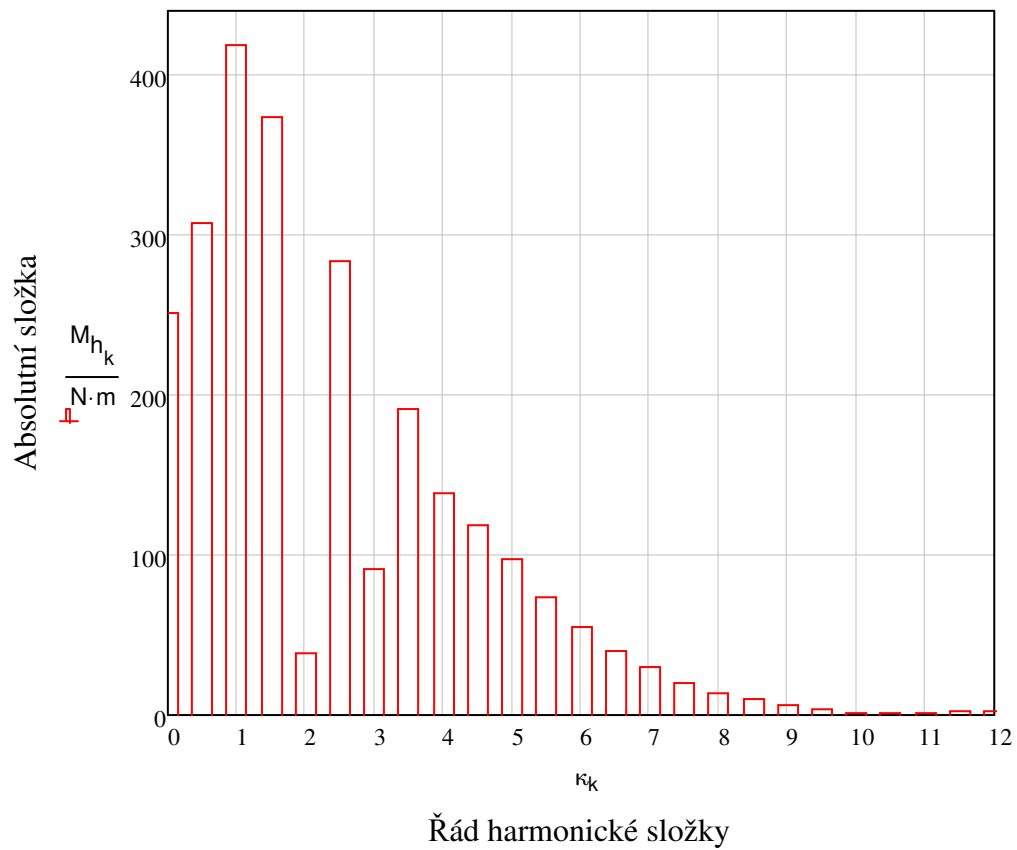
Imaginární složka  $b_{h_k} := \text{Im}(h_k)$

Absolutní složka  $M_{h_k} := |h_k|$

Výpis hodnot reálné, imaginární a absolutní složky v závislosti na harmonické složce

$\kappa_k =$	$b_{h_k} =$	$\cdot N \cdot m$	$a_{h_k} =$	$\cdot N \cdot m$	$M_{h_k} =$	$\cdot N \cdot m$
0	0		250.651		250.651	
0.5	-206.307		-227.88		307.396	
1	396.47		134.868		418.781	
1.5	-372.004		-37.608		373.901	
2	-36.814		-11.849		38.674	
2.5	-280.003		42.563		283.22	
3	72.585		-55.521		91.384	
3.5	-179.364		67.04		191.483	
4	121.992		-66.856		139.11	
4.5	-102.26		60.361		118.746	
5	79.707		-56.234		97.547	
5.5	-55.434		47.826		73.213	
6	39.27		-39.318		55.57	
6.5	-25.952		31.014		40.44	
7	17.746		-24.212		30.019	
7.5	-10.457		17.774		20.622	
8	6.387		-12.682		14.2	
8.5	-3.153		9.676		10.176	
9	1.584		-5.541		5.763	
9.5	-0.054		3.798		3.799	
10	-0.21		-1.267		1.284	
10.5	0.562		-0.34		0.657	
11	-0.08		1.025		1.029	
11.5	-0.406		-2.701		2.731	
12	-0.775		1.789		1.949	

## Harmonická analýza krouticího momentu



### 7.2 Kritické otáčky

Řád harmonické složky

$$\kappa := 0.5, 1 \dots 12$$

Kritické otáčky pro první vlastní frekvenci

$$\eta_{kr1}(\kappa) := \frac{N_1}{\kappa}$$

Kritické otáčky pro druhou vlastní frekvenci

$$\eta_{kr2}(\kappa) := \frac{N_2}{\kappa}$$

Výpis hodnot kritických otáček pro první a druhou vlastní frekvenci

$\kappa =$	$n_{kr1}(\kappa) =$	$n_{kr2}(\kappa) =$
0.5	41886	92324
1	20943	46162
1.5	13962	30775
2	10471	23081
2.5	8377	18465
3	6981	15387
3.5	5984	13189
4	5236	11540
4.5	4654	10258
5	4189	9232
5.5	3808	8393
6	3490	7694
6.5	3222	7102
7	2992	6595
7.5	2792	6155
8	2618	5770
8.5	2464	5431
9	2327	5129
9.5	2205	4859
10	2094	4616
10.5	1995	4396
11	1904	4197
11.5	1821	4014
12	1745	3847

### 7.3 Vydátnost rezonancí

Pořadí vznětů: 1 – 3 – 4 – 2

Úhel mezi rozestupy vznětu

$$\delta_{zv} := \frac{720}{n_v} = 180$$

$$k := 1 \dots 4$$

Rozestupy zážehu

$$\delta_{zv} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 540 \\ 180 \\ 360 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

### 7.3.1 Pro první vlastní frekvenci

**Pro harmonické řady**  $k_{0.5} := 0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5$

Řád harmonické složky  $\kappa_1 := 0.5$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := \kappa_1 \cdot \delta_Z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 270 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 90 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_0.5} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a_{1k} \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a_{1k} \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.668$$

**Pro harmonické řady**  $k_1 := 1, 3, 5, 7, 9, 11$

Řád harmonické složky  $\kappa_2 := 1$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := \kappa_2 \cdot \delta_Z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_1} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a_{1k} \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a_{1k} \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.115$$

**Pro harmonické řady**  $k_{1.5} := 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5$

Řád harmonické složky  $\kappa_3 := 1.5$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := \kappa_3 \cdot \delta_Z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 90 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 270 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_1.5} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a_{1k} \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a_{1k} \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.668$$

**Pro harmonické řady**  $k_2 := 2, 4, 6, 8, 10, 12$

Řád harmonické složky  $\kappa_4 := 2$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := \kappa_4 \cdot \delta_Z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_2} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a1_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a1_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 1.922$$

Vydatnosti rezonance první vlastní frekvence

$$\varepsilon_{Z\_1} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1\_0.5} \\ \varepsilon_{1\_1} \\ \varepsilon_{1\_1.5} \\ \varepsilon_{1\_2} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{Z\_1} = \begin{pmatrix} 0.668 \\ 0.115 \\ 0.668 \\ 1.922 \end{pmatrix}$$

Maximální vydatnost rezonance první vlastní frekvence  $\max(\varepsilon_{Z\_1}) = 1.922$

### 7.3.2 Pro druhou vlastní frekvenci

**Pro harmonické řady**  $k_{0.5} := 0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5$

Řád harmonické složky  $k_1 := 0.5$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := k_1 \cdot \delta_Z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 270 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 90 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{2\_0.5} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a2_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a2_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.078$$

**Pro harmonické řady**  $k_1 := 1, 3, 5, 7, 9, 11$

Řád harmonické složky  $k_2 := 1$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := k_2 \cdot \delta_Z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{2\_1} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a2_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a2_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.411$$

**Pro harmonické řady**

$$k_{1.5} := 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5$$

Řád harmonické složky

$$k_2 := 1.5$$

Úhel směrové hvězdice

$$\sigma := k_3 \cdot \delta_Z$$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\sigma_2 := 90 \cdot \text{deg}$$

$$\sigma_3 := 270 \cdot \text{deg}$$

$$\sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\epsilon_{2_{1.5}} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a_{2k} \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a_{2k} \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.078$$

**Pro harmoické řady**

$$k_2 := 2, 4, 6, 8, 10, 12$$

Řád harmonické složky

$$k_4 := 2$$

Úhel směrové hvězdice

$$\sigma := k_4 \cdot \delta_Z$$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\sigma_2 := 0 \cdot \text{deg}$$

$$\sigma_3 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\epsilon_{2_2} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a_{2k} \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a_{2k} \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 1.082$$

Vydatnosti rezonance druhé vlastní frekvence

$$\epsilon_{Z_2} := \begin{pmatrix} \epsilon_{2_{0.5}} \\ \epsilon_{2_1} \\ \epsilon_{2_{1.5}} \\ \epsilon_{2_2} \end{pmatrix} \quad \epsilon_{Z_2} = \begin{pmatrix} 0.078 \\ 0.411 \\ 0.078 \\ 1.082 \end{pmatrix}$$

Maximální vydatnost rezonance druhé vlastní frekvence

$$\max(\epsilon_{Z_2}) = 1.082$$



### Závislost vydatnosti rezonancí na řádu harmonické složky

Řád harmonické složky

### První vlastní frekvence

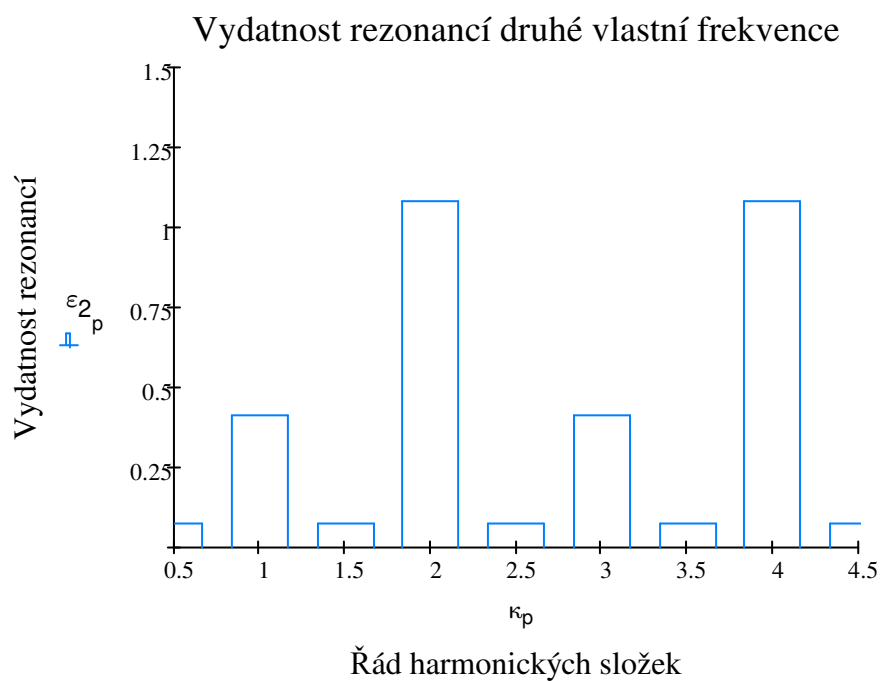
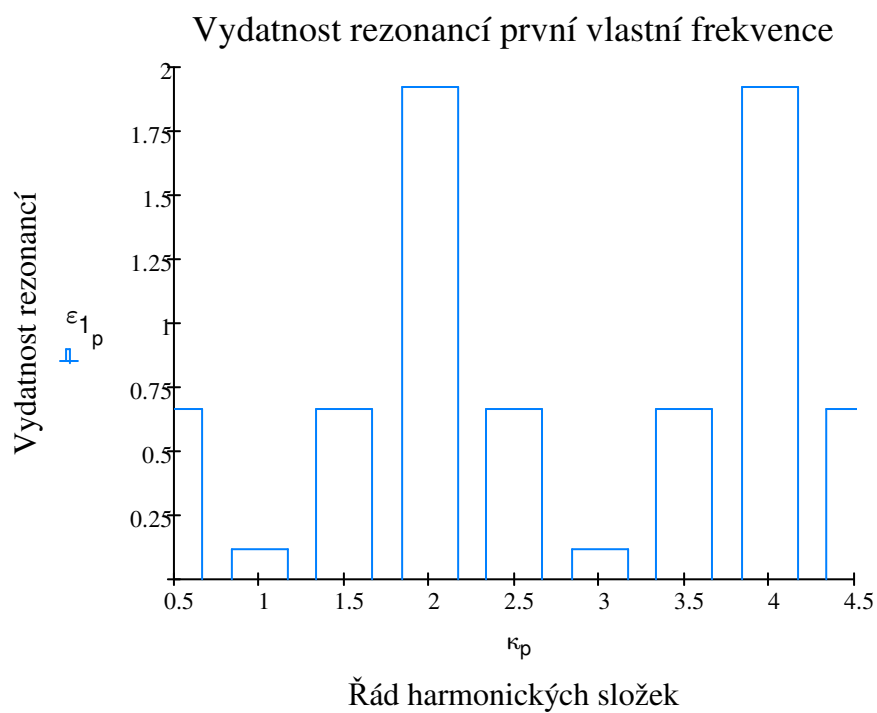
### Druhá vlastní frekvence

	$\epsilon_1 :=$	$\epsilon_2 :=$
$(0.5)$	$\epsilon_{1\_0.5}$	$\epsilon_{2\_0.5}$
1	$\epsilon_{1\_1}$	$\epsilon_{2\_1}$
1.5	$\epsilon_{1\_1.5}$	$\epsilon_{2\_1.5}$
2	$\epsilon_{1\_2}$	$\epsilon_{2\_2}$
2.5	$\epsilon_{1\_0.5}$	$\epsilon_{2\_0.5}$
3	$\epsilon_{1\_1}$	$\epsilon_{2\_1}$
3.5	$\epsilon_{1\_1.5}$	$\epsilon_{2\_1.5}$
4	$\epsilon_{1\_2}$	$\epsilon_{2\_2}$
4.5	$\epsilon_{1\_0.5}$	$\epsilon_{2\_0.5}$
5	$\epsilon_{1\_1}$	$\epsilon_{2\_1}$
5.5	$\epsilon_{1\_1.5}$	$\epsilon_{2\_1.5}$
6	$\epsilon_{1\_2}$	$\epsilon_{2\_2}$
6.5	$\epsilon_{1\_0.5}$	$\epsilon_{2\_0.5}$
7	$\epsilon_{1\_1}$	$\epsilon_{2\_1}$
7.5	$\epsilon_{1\_1.5}$	$\epsilon_{2\_1.5}$
8	$\epsilon_{1\_2}$	$\epsilon_{2\_2}$
8.5	$\epsilon_{1\_0.5}$	$\epsilon_{2\_0.5}$
9	$\epsilon_{1\_1}$	$\epsilon_{2\_1}$
9.5	$\epsilon_{1\_1.5}$	$\epsilon_{2\_1.5}$
10	$\epsilon_{1\_2}$	$\epsilon_{2\_2}$
10.5	$\epsilon_{1\_0.5}$	$\epsilon_{2\_0.5}$
11	$\epsilon_{1\_1}$	$\epsilon_{2\_1}$
11.5	$\epsilon_{1\_1.5}$	$\epsilon_{2\_1.5}$
(12)	$\epsilon_{1\_2}$	$\epsilon_{2\_2}$

Načtení hodnot pro vykreslení grafu

$p := 0..23$

$\kappa_p := 0.5 \cdot p + 0.5$



## 7.4 Výpočet torzních výchylek v rezonanci

Součinitel velikosti tlumících odporů:

$$\xi := 2.25 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{rad}^{-1}$$

$i := (0 \dots 71)$

Torzní výchylky v rezonanci pro první vlastní frekvenci

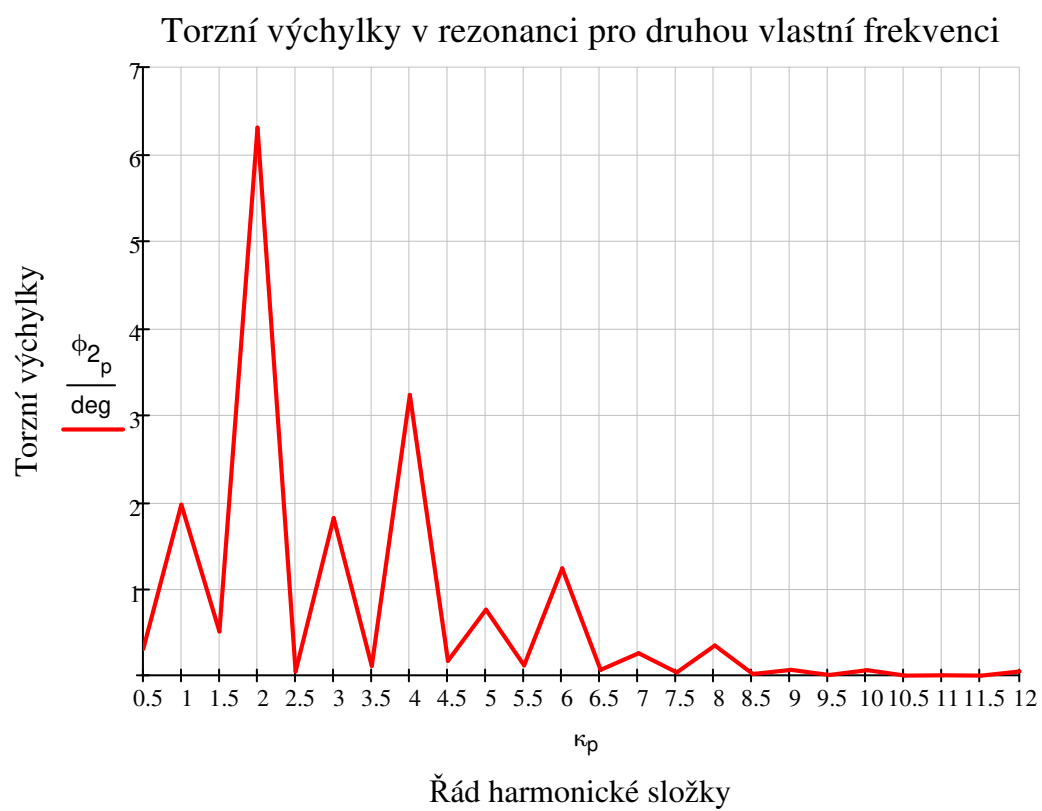
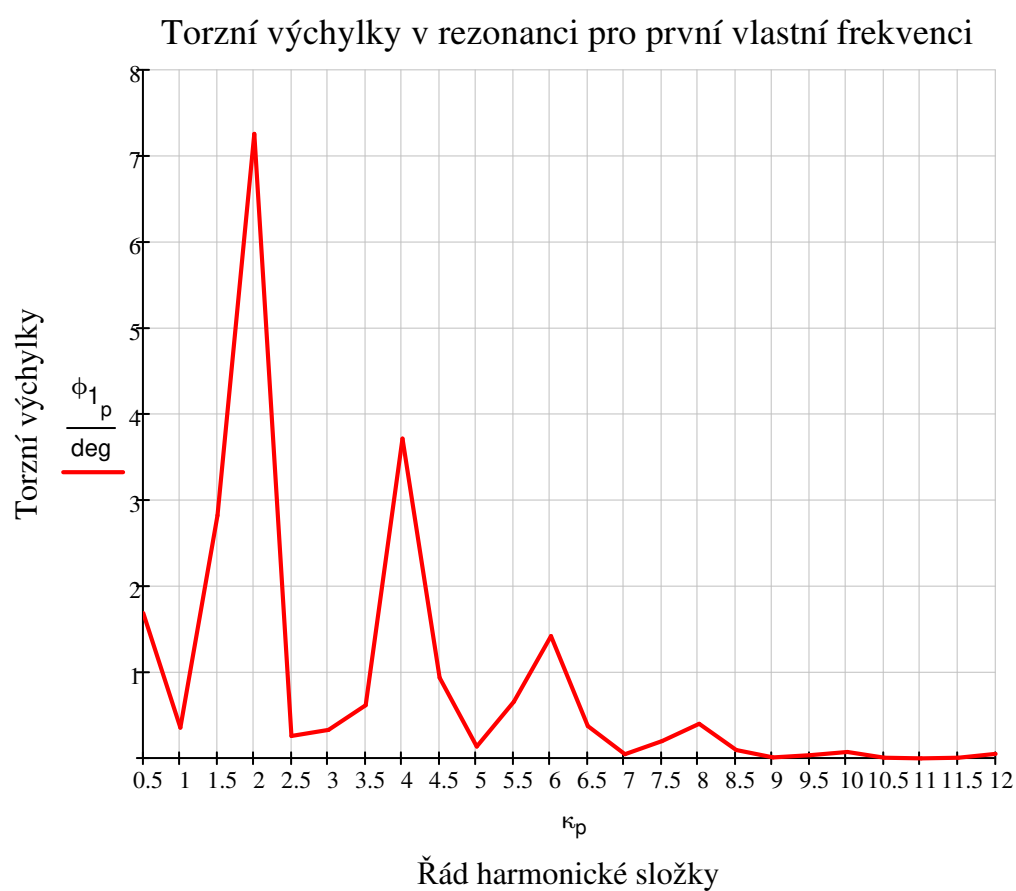
$$\phi_{1p} := \frac{M_{h_p} \cdot \epsilon_{1p}}{\Omega_4 \cdot \xi \cdot \left[ \sum_{jx=1}^4 (a_{1jx})^2 \right]}$$

Torzní výchylky v rezonanci pro druhou vlastní frekvenci

$$\phi_{2p} := \frac{M_{h_p} \cdot \epsilon_{2p}}{\Omega_3 \cdot \xi \cdot \left[ \sum_{jx=1}^4 (a_{2jx})^2 \right]}$$

Výčet hodnot torzních výchylek pro první a druhou vlastní frekvenci

$\kappa_p =$	$\phi_{1p} =$		$\phi_{2p} =$	
0.5	1.691	·deg	0.304	·deg
1	0.358		1.969	
1.5	2.825		0.508	
2	7.258		6.306	
2.5	0.261		0.047	
3	0.33		1.814	
3.5	0.617		0.111	
4	3.717		3.23	
4.5	0.939		0.169	
5	0.138		0.761	
5.5	0.658		0.118	
6	1.421		1.235	
6.5	0.375		0.067	
7	0.047		0.259	
7.5	0.203		0.036	
8	0.4		0.348	
8.5	0.096		0.017	
9	0.012		0.065	
9.5	0.039		$6.99 \cdot 10^{-3}$	
10	0.074		0.064	
10.5	$8.665 \cdot 10^{-3}$		$1.558 \cdot 10^{-3}$	
11	$7.659 \cdot 10^{-4}$		$4.208 \cdot 10^{-3}$	
11.5	$6.939 \cdot 10^{-3}$		$1.248 \cdot 10^{-3}$	
12	0.053		0.046	



Poměrné nakroucení pro první vlastní frekvenci

$$\Delta a_1 := a_{13} - a_{14} = 0.264$$

## 8. Volba základních parametrů tlumiče

Efektivní moment setrvačnosti soustavy bez tlumiče

$$J_{\text{ef}} := \sum_{jx=0}^5 \left[ J_{jx} \cdot (a_{1jx})^2 \right] = 0.06 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Zvolený moment setrvačnosti tlumiče

$$J_{\text{tl}} := 0.018 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Poměrná velikost tlumiče

$$\mu_{\text{tl}} := \frac{J_{\text{tl}}}{J_{\text{ef}}} = 0.3$$

Optimální naladění tlumiče

$$w_{\text{opt}} := \frac{1}{1 + \mu_{\text{tl}}} = 0.77$$

Úhlová rychlost tlumiče

$$\Omega_{\text{tl}} := \Omega_4 \cdot w_{\text{opt}} = 1687.67 \frac{1}{\text{s}} \cdot \text{rad}$$

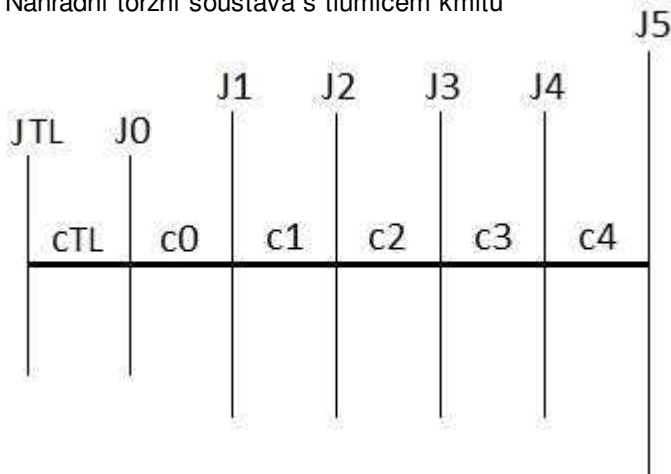
Torzní tuhost tlumiče

$$c_{\text{tl}} := J_{\text{tl}} \cdot \Omega_{\text{tl}}^2 = 5.127 \times 10^4 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

## 9. Vlastní torzní kmitání soustavy s tlumičem kmitů

### 9.1 Sestavení matic momentů setrvačnosti a torzní tuhosti s tlumičem torzních kmitů

Náhradní torzní soustava s tlumičem kmitů



Moment setrvačnosti předního konce a tlumiče

$$J_{0t} := J_0 + J_{\text{tl}} = 0.036 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Jednotlivé momenty setrvačnosti soustavy

$$J_t := \begin{pmatrix} J_{tl} \\ J_{0t} \\ J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.018 \\ 0.036 \\ 0.032 \\ 0.032 \\ 0.032 \\ 0.032 \\ 1.123 \end{pmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Torzní tuhosti jednotlivých částí klikové hřídele

$$c_t := \begin{pmatrix} c_{tl} \\ c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.127 \times 10^4 \\ 3.613 \times 10^5 \\ 1.366 \times 10^6 \\ 1.366 \times 10^6 \\ 1.366 \times 10^6 \\ 1.847 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

Matice momentů setrvačnosti M

$$M_t := \begin{pmatrix} J_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{0t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.018 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.036 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.032 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.032 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.032 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.032 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.123 \end{pmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Matice tuhosti C

$$C_t := \begin{pmatrix} c_{tl} & -c_{tl} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_{tl} & c_{tl} + c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix}$$

Inverzní matice  $M^{-1}$

$$M_t^{-1} = \begin{pmatrix} 55.556 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 28.169 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 31.07 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 31.07 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 31.07 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 31.07 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.89 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$$

Čtvercová matice

$$A_t := M_t^{-1} \cdot C_t$$

## 9.2 Výpočet vlastní frekvence kmitání soustavy s tlumičem kmitů

Vektor obsahující vlastní čísla matice  $A_t$   $a_{vct} := \text{eigenvals}(A_t)$

Úhlová frekvence vlastního kmitání

$$\Omega_t := \sqrt{a_{vct}} = \begin{pmatrix} 1.241 \times 10^4 \\ 1.044 \times 10^4 \\ 7.247 \times 10^3 \\ 4.113 \times 10^3 \\ 2.271 \times 10^3 \\ 1.387 \times 10^3 \\ 2.865 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Normalizovaný vlastní vektor odpovídající vlastnímu číslu

$$X_t := \text{eigenvecs}(A_t) = \begin{pmatrix} 3.062 \times 10^{-4} & -1.287 \times 10^{-3} & 8.909 \times 10^{-3} & -0.136 & 0.63 & -0.931 & 0.378 \\ -0.016 & 0.048 & -0.155 & 0.671 & -0.511 & -0.302 & 0.378 \\ 0.227 & -0.458 & 0.623 & -0.33 & -0.414 & -0.156 & 0.378 \\ -0.532 & 0.584 & 0.058 & -0.463 & -0.338 & -0.11 & 0.378 \\ 0.639 & 0.127 & -0.579 & -0.412 & -0.221 & -0.059 & 0.378 \\ -0.507 & -0.656 & -0.499 & -0.196 & -0.077 & -5.781 \times 10^{-3} & 0.378 \\ 5.471 \times 10^{-3} & 0.01 & 0.016 & 0.021 & 0.036 & 0.034 & 0.378 \end{pmatrix}$$

### 9.3 Vlastní torzní kmitání s tlumičem torzních kmitů

#### 9.3.1 První vlastní frekvence

Počet částí klikové hřídele

$$j_{xx} := (0..6)$$

Poměrné amplitudy

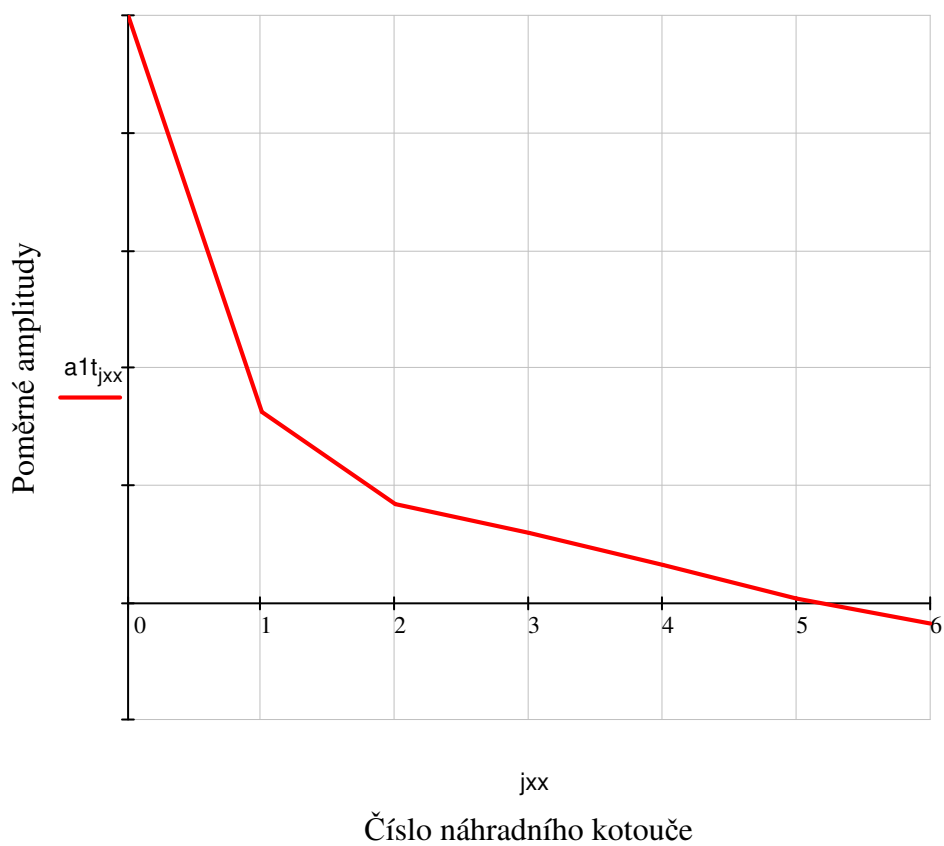
$$a1t_{j_{xx}} := \frac{X_{t_{j_{xx},5}}}{X_{t_{0,5}}}$$

Poměrné amplitudy

$$a1t_{j_{xx}} =$$

1
0.324
0.167
0.118
0.064
$6.206 \cdot 10^{-3}$
-0.036

První vlastní frekvence





Vlastní úhlová frekvence

$$\Omega_{t_5} = 1387 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

První vlastní frekvence

$$N_{1t} := \frac{\Omega_{t_5}}{2 \cdot \pi} = 220.77 \cdot \text{Hz}$$

9.3.2 Druhá vlastní frekvence

Počet částí klikové hřídele

$$j_{xx} := (0 \dots 6)$$

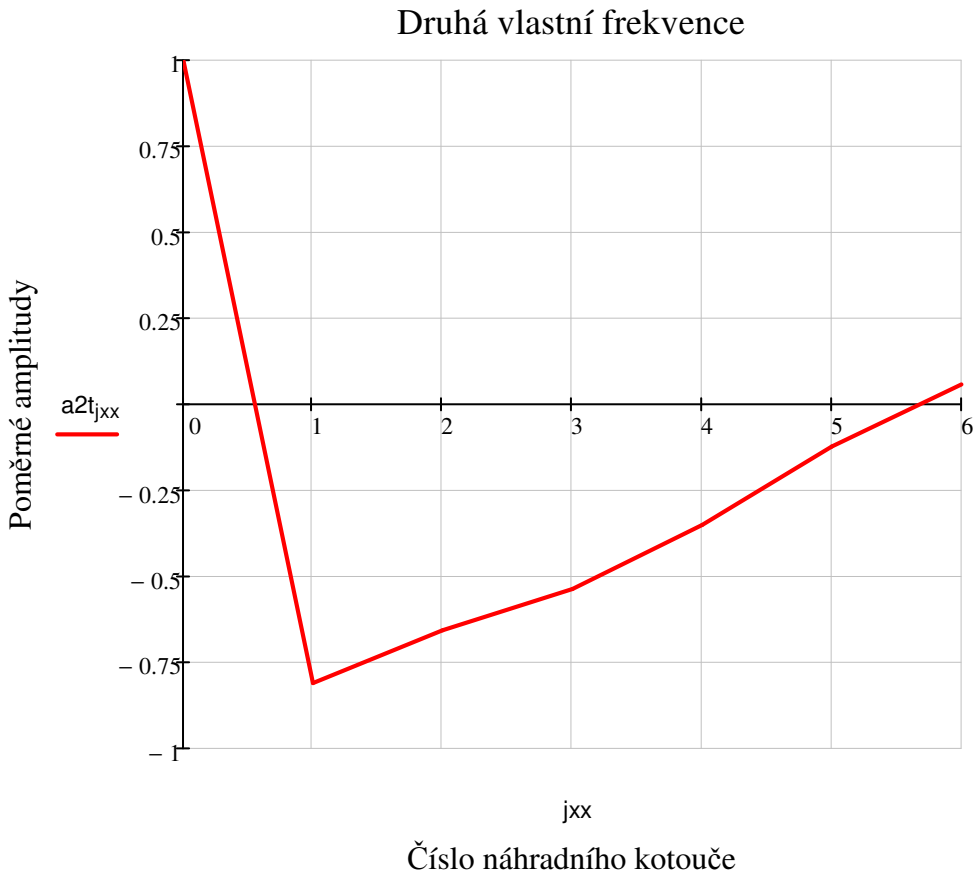
Poměrné amplitudy

$$a_{2t_{jxx}} := \frac{X_{t_{jxx},4}}{X_{t_{0,4}}}$$

Poměrné amplitudy

$$a_{2t_{jxx}} =$$

1
-0.811
-0.657
-0.536
-0.351
-0.122
0.057



Vlastní úhlová frekvence

$$\Omega_{t_4} = 2271 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

První vlastní frekvence

$$N_{2t} := \frac{\Omega_{t_4}}{2 \cdot \pi} = 361.421 \cdot \text{Hz}$$

## 10. Vynucené torzní kmitání soustavy

### 10.1 Kritické otáčky tlumené soustavy

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

$$\kappa := 0.5, 1 \dots 12$$

Rezonanční otáčky první vlastní frekvence

$$n_{kr1t}(\kappa) := \frac{N_{1t}}{\kappa}$$

Rezonanční otáčky druhé vlastní frekvence

$$n_{kr2t}(\kappa) := \frac{N_{2t}}{\kappa}$$

$\kappa =$	$n_{kr1t}(\kappa) =$		$n_{kr2t}(\kappa) =$	
0.5	$2.649 \cdot 10^4$	$\cdot \text{min}^{-1}$	$4.337 \cdot 10^4$	$\cdot \text{min}^{-1}$
1	$1.325 \cdot 10^4$		$2.169 \cdot 10^4$	
1.5	$8.831 \cdot 10^3$		$1.446 \cdot 10^4$	
2	$6.623 \cdot 10^3$		$1.084 \cdot 10^4$	
2.5	$5.298 \cdot 10^3$		$8.674 \cdot 10^3$	
3	$4.415 \cdot 10^3$		$7.228 \cdot 10^3$	
3.5	$3.785 \cdot 10^3$		$6.196 \cdot 10^3$	
4	$3.312 \cdot 10^3$		$5.421 \cdot 10^3$	
4.5	$2.944 \cdot 10^3$		$4.819 \cdot 10^3$	
5	$2.649 \cdot 10^3$		$4.337 \cdot 10^3$	
5.5	$2.408 \cdot 10^3$		$3.943 \cdot 10^3$	
6	$2.208 \cdot 10^3$		$3.614 \cdot 10^3$	
6.5	$2.038 \cdot 10^3$		$3.336 \cdot 10^3$	
7	$1.892 \cdot 10^3$		$3.098 \cdot 10^3$	
7.5	$1.766 \cdot 10^3$		$2.891 \cdot 10^3$	
8	$1.656 \cdot 10^3$		$2.711 \cdot 10^3$	
8.5	$1.558 \cdot 10^3$		$2.551 \cdot 10^3$	
9	$1.472 \cdot 10^3$		$2.409 \cdot 10^3$	
9.5	$1.394 \cdot 10^3$		$2.283 \cdot 10^3$	
10	$1.325 \cdot 10^3$		$2.169 \cdot 10^3$	
10.5	$1.262 \cdot 10^3$		$2.065 \cdot 10^3$	
11	$1.204 \cdot 10^3$		$1.971 \cdot 10^3$	
11.5	$1.152 \cdot 10^3$		$1.886 \cdot 10^3$	
12	$1.104 \cdot 10^3$		$1.807 \cdot 10^3$	

## 10.2 Vydatnost rezonancí s tlumičem torzních kmitů

Pořadí vznětů: 1 – 3 – 4 – 2

Úhel mezi rozestupy vznětu

$$\delta_z := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 540 \\ 180 \\ 360 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

### 10.2.1 Pro první vlastní frekvenci

**Pro harmonické řady**  $k_{0.5} := 0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5$

Řád harmonické složky  $\kappa_1 := 0.5$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := \kappa_1 \cdot \delta_z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 270 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 90 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_0.5t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.265$$

**Pro harmonické řady**  $k_1 := 1, 3, 5, 7, 9, 11$

Řád harmonické složky  $\kappa_2 := 1$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := \kappa_2 \cdot \delta_z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_1t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.103$$

**Pro harmonické řady**  $k_{1.5} := 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5$

Řád harmonické složky  $\kappa_3 := 1.5$

Úhel směrové hvězdice  $\sigma := \kappa_3 \cdot \delta_z$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 90 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 270 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_1.5t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.265$$

**Pro harmonické řády**

$$k_2 := 2, 4, 6, 8, 10, 12$$

Řád harmonické složky

$$k_4 := 2$$

Úhel směrové hvězdice

$$\sigma := k_4 \cdot \delta_Z$$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro první vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{1\_2t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a1t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.673$$

Vydatnosti rezonance první vlastní frekvence s tlumičem

$$\varepsilon_{z\_1t} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1\_0.5t} \\ \varepsilon_{1\_1t} \\ \varepsilon_{1\_1.5t} \\ \varepsilon_{1\_2t} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z\_1t} = \begin{pmatrix} 0.265 \\ 0.103 \\ 0.265 \\ 0.673 \end{pmatrix}$$

Maximální vydatnost rezonance první vlastní frekvence

$$\max(\varepsilon_{z\_1t}) = 0.673$$

#### 10.2.2 Pro druhou vlastní frekvenci

**Pro harmonické řády**

$$k_{0.5} := 0.5, 2.5, 4.5, 6.5, 8.5, 10.5$$

Řád harmonické složky

$$k_1 := 0.5$$

Úhel směrové hvězdice

$$\sigma := k_1 \cdot \delta_Z$$

$$\sigma_1 = 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 270 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 90 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{2\_0.5t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.475$$

**Pro harmonické řády**

$$k_1 := 1, 3, 5, 7, 9, 11$$

Řád harmonické složky

$$k_2 := 1$$

Úhel směrové hvězdice

$$\sigma := k_2 \cdot \delta_Z$$

$$\sigma_1 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 180 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{2\_1t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.032$$

**Pro harmonické řady**

$$k_{1.5} := 1.5, 3.5, 5.5, 7.5, 9.5$$

Řád harmonické složky

$$k_2 := 1.5$$

Úhel směrové hvězdice

$$\sigma := k_3 \cdot \delta_z$$

$$\sigma_1 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 90 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 270 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 180 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{2\_1.5t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 0.475$$

**Pro harmoické řady**

$$k_2 := 2, 4, 6, 8, 10, 12$$

Řád harmonické složky

$$k_4 := 2$$

Úhel směrové hvězdice

$$\sigma := k_4 \cdot \delta_z$$

$$\sigma_1 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_2 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_3 := 0 \cdot \text{deg} \quad \sigma_4 := 0 \cdot \text{deg}$$

Vydatnost rezonance pro druhou vlastní frekvenci

$$\varepsilon_{2\_2t} := \sqrt{\left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \sin(\sigma_k)) \right]^2 + \left[ \sum_{k=1}^4 (a2t_k \cdot \cos(\sigma_k)) \right]^2} = 2.354$$

Vydatnosti rezonance druhé vlastní frekvence

$$\varepsilon_{z\_2t} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2\_0.5t} \\ \varepsilon_{2\_1t} \\ \varepsilon_{2\_1.5t} \\ \varepsilon_{2\_2t} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_{z\_2t} = \begin{pmatrix} 0.475 \\ 0.032 \\ 0.475 \\ 2.354 \end{pmatrix}$$

Maximální vydatnost rezonance druhé vlastní frekvence

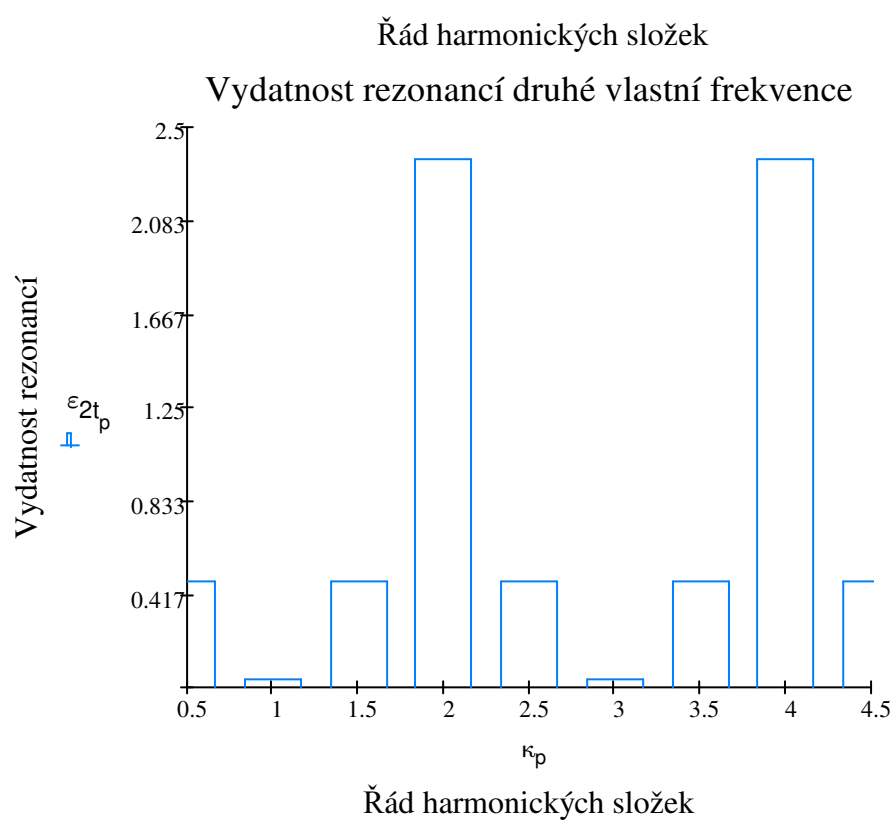
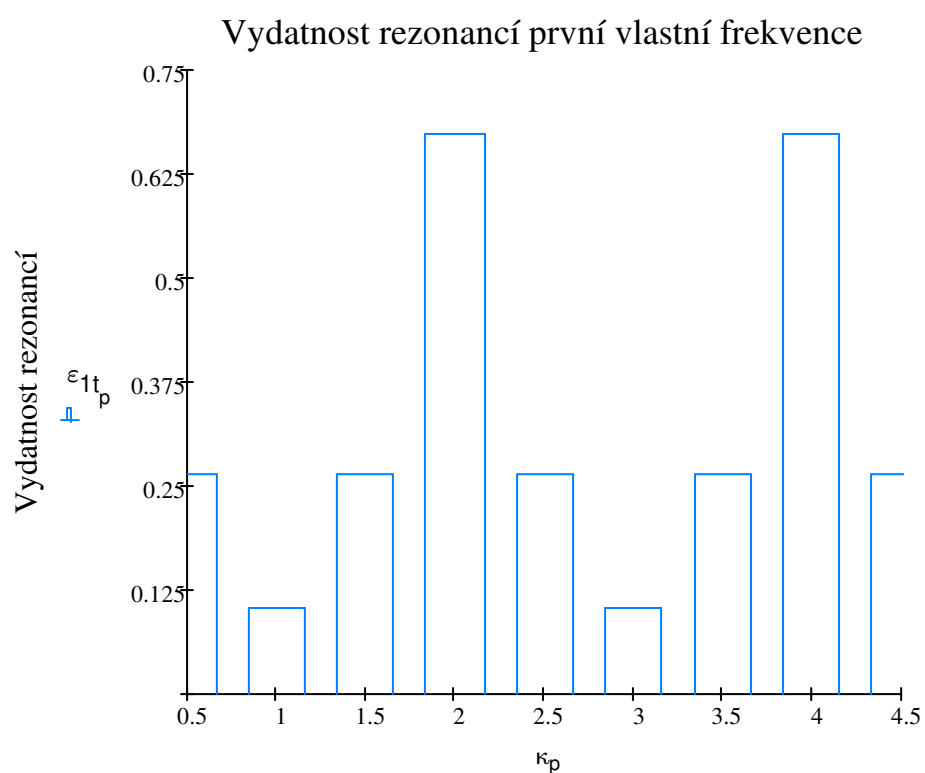
$$\max(\varepsilon_{z\_2t}) = 2.354$$

Závislost vydatnosti rezonancí na řádu harmonické složky

Řád harmonické složky	První vlastní frekvence	Druhá vlastní frekvence
$\kappa := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \\ 3 \\ 3.5 \\ 4 \\ 4.5 \\ 5 \\ 5.5 \\ 6 \\ 6.5 \\ 7 \\ 7.5 \\ 8 \\ 8.5 \\ 9 \\ 9.5 \\ 10 \\ 10.5 \\ 11 \\ 11.5 \\ 12 \end{pmatrix}$	$\epsilon_{1t} := \begin{pmatrix} \epsilon_{1\_0.5t} \\ \epsilon_{1\_1t} \\ \epsilon_{1\_1.5t} \\ \epsilon_{1\_2t} \\ \epsilon_{1\_0.5t} \\ \epsilon_{1\_1t} \\ \epsilon_{1\_1.5t} \\ \epsilon_{1\_2t} \\ \epsilon_{1\_0.5t} \\ \epsilon_{1\_1t} \\ \epsilon_{1\_1.5t} \\ \epsilon_{1\_2t} \\ \epsilon_{1\_0.5t} \\ \epsilon_{1\_1t} \\ \epsilon_{1\_1.5t} \\ \epsilon_{1\_2t} \\ \epsilon_{1\_0.5t} \\ \epsilon_{1\_1t} \\ \epsilon_{1\_1.5t} \\ \epsilon_{1\_2t} \\ \epsilon_{1\_0.5t} \\ \epsilon_{1\_1t} \\ \epsilon_{1\_1.5t} \\ \epsilon_{1\_2t} \end{pmatrix}$	$\epsilon_{2t} := \begin{pmatrix} \epsilon_{2\_0.5t} \\ \epsilon_{2\_1t} \\ \epsilon_{2\_1.5t} \\ \epsilon_{2\_2t} \\ \epsilon_{2\_0.5t} \\ \epsilon_{2\_1t} \\ \epsilon_{2\_1.5t} \\ \epsilon_{2\_2t} \\ \epsilon_{2\_0.5t} \\ \epsilon_{2\_1t} \\ \epsilon_{2\_1.5t} \\ \epsilon_{2\_2t} \\ \epsilon_{2\_0.5t} \\ \epsilon_{2\_1t} \\ \epsilon_{2\_1.5t} \\ \epsilon_{2\_2t} \\ \epsilon_{2\_0.5t} \\ \epsilon_{2\_1t} \\ \epsilon_{2\_1.5t} \\ \epsilon_{2\_2t} \\ \epsilon_{2\_0.5t} \\ \epsilon_{2\_1t} \\ \epsilon_{2\_1.5t} \\ \epsilon_{2\_2t} \end{pmatrix}$

Načtení hodnot pro vykreslení grafu

$p := 0..23$   
 $\kappa_p := 0.5 \cdot p + 0.5$



### 10.3 Výpočet torzních výchylek volného konce v rezonanci pro soustavu s tlumičem

Poměrný útlum tlumiče  $\gamma_{tl} := \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 + \mu_{tl}) \cdot (2 + \mu_{tl})}} = 0.409$

Součinitel tlumení  $k_{tl} := 2 \cdot J_{tl} \cdot \gamma_{tl} \cdot \Omega_4 = 32.296 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}}{\text{rad}}$

Velikost tlumícího odporu  $\xi_{tl} := 2 \cdot \gamma_{tl} \cdot J_{tl} \cdot \Omega_{t_5} = 20.427 \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}}$

Poměrná amplituda tlumiče  $\Delta a_{1t_1} := 1 - a_{1t_1} = 0.676$

Torzní výchylky volného konce v rezonanci pro první vlastní frekvenci

$$\phi_{1t_p} := \frac{M_{h_p} \cdot \varepsilon_{1t_p}}{\Omega_{tl} \cdot \left[ \xi \cdot \sum_{jx=1}^4 (a_{1t_{jx}})^2 + \frac{k_{tl}}{1 + \left( \frac{k_{tl}}{J_{tl} \cdot \Omega_{tl}} \right)} \right]}$$

Poměrná amplituda tlumiče  $\Delta a_{2t_1} := 1 - a_{2t_1} = 1.811$

Torzní výchylky volného konce v rezonanci pro druhou vlastní frekvenci

$$\phi_{2t_p} := \frac{M_{h_p} \cdot \varepsilon_{2t_p}}{\Omega_{tl} \cdot \left[ \xi \cdot \sum_{jx=1}^4 (a_{2t_{jx}})^2 + \frac{k_{tl}}{1 + \left( \frac{k_{tl}}{J_{tl} \cdot \Omega_{tl}} \right)} \right]}$$



Výpis hodnot torzních výchylek volného konce v rezonanci pro různé řady harmonických složek

$\kappa_p =$	$\phi_{1t_p} =$	$\phi_{2t_p} =$
0.5	0.141	0.213
1	0.067	0.017
1.5	0.236	0.355
2	0.534	1.571
2.5	0.022	0.033
3	0.062	0.016
3.5	0.051	0.078
4	0.274	0.804
4.5	0.078	0.118
5	0.026	$6.746 \cdot 10^{-3}$
5.5	0.055	0.083
6	0.105	0.308
6.5	0.031	0.047
7	$8.814 \cdot 10^{-3}$	$2.297 \cdot 10^{-3}$
7.5	0.017	0.025
8	0.029	0.087
8.5	$8 \cdot 10^{-3}$	0.012
9	$2.218 \cdot 10^{-3}$	$5.781 \cdot 10^{-4}$
9.5	$3.247 \cdot 10^{-3}$	$4.888 \cdot 10^{-3}$
10	$5.429 \cdot 10^{-3}$	0.016
10.5	$7.236 \cdot 10^{-4}$	$1.089 \cdot 10^{-3}$
11	$1.432 \cdot 10^{-4}$	$3.732 \cdot 10^{-5}$
11.5	$5.795 \cdot 10^{-4}$	$8.724 \cdot 10^{-4}$
12	$3.904 \cdot 10^{-3}$	0.011

Maximální hodnoty torzních výchylek

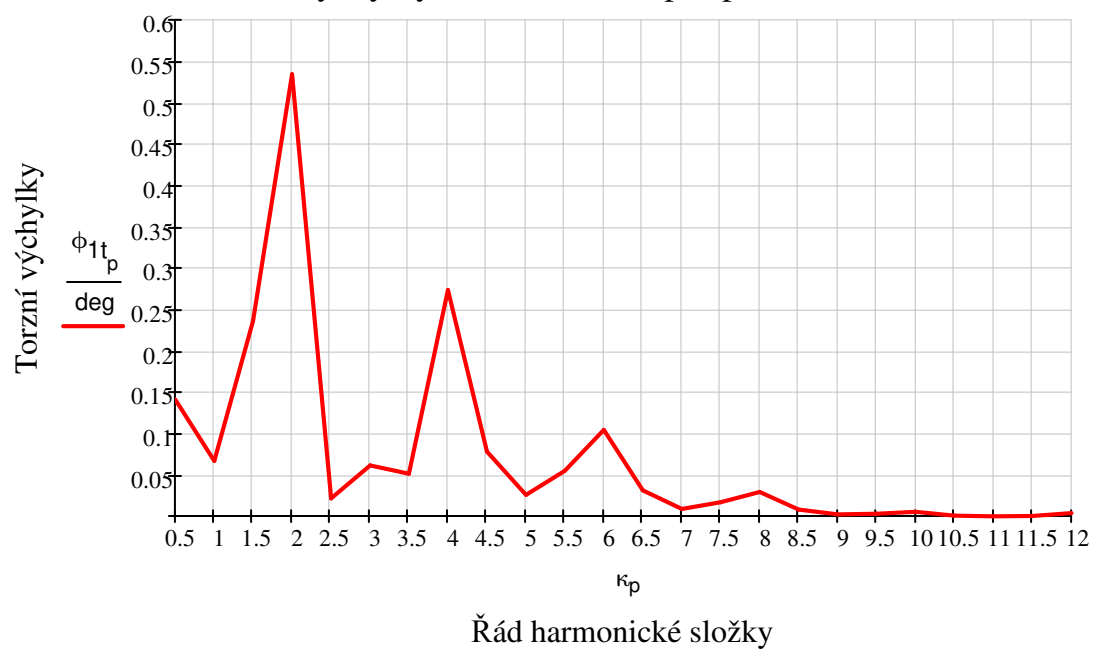
Maximální hodnota torzních výchylek pro první vlastní frekvenci

$$\max(\phi_{1t}) = 0.534 \cdot \text{deg}$$

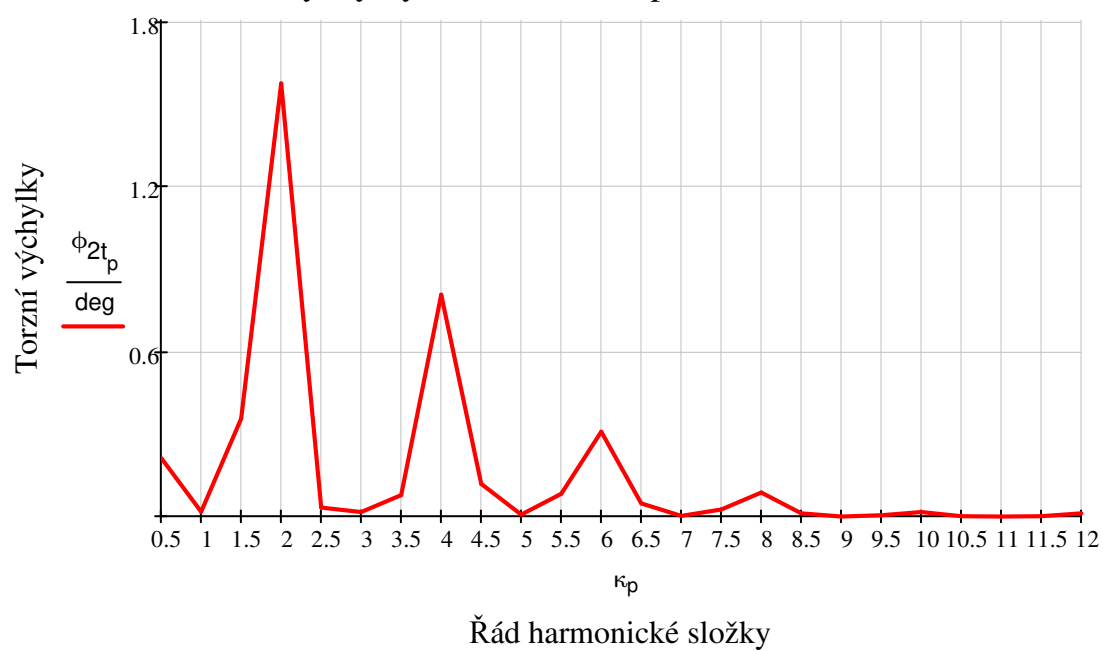
Maximální hodnota torzních výchylek pro druhou vlastní frekvenci

$$\max(\phi_{2t}) = 1.571 \cdot \text{deg}$$

Torzní výchylky volného konce pro první vlastní frekvenci



Torzní výchylky volného konce pro druhou vlastní frekvenci



## 11. Rozměrový návrh pryžového tlumiče kmitů

Modul pružnosti ve smyku pryže	$G_p := 1 \cdot \text{MPa}$
Moment setrvačnosti tlumiče	$J_{tl} = 0.018 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Torzní tuhost tlumiče	$c_{tl} = 5.127 \times 10^4 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$

### 11.1 Rozměry pryžového prstence

Zvolená tloušťka pryžového prstence	$b_{tl} := 3.5 \cdot \text{mm}$
Vnitřní průměr pryžového prstence tlumiče torzních kmitů (je dán rozměry řemenice)	$D_{1p} := 165 \cdot \text{mm}$
Vnější průměr pryžového prstence	$D_{2p} := \sqrt[4]{D_{1p}^4 + \frac{32 \cdot b_{tl} \cdot c_{tl}}{\pi \cdot G_p}} = 225.133 \cdot \text{mm}$

### 11.2 Rozměry ocelového prstence

Hustota oceli	$\rho_{ocel} := 7850 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Tloušťka prstence	$t_o := 12 \cdot \text{mm}$
Vnitřní průměr	$D_{1o} := 168.5 \text{ mm}$
Vnitřní poloměr	$R_{1o} := \frac{D_{1o}}{2} = 84.25 \cdot \text{mm}$
Vnější poloměr	$R_{2o} := \sqrt[4]{R_{1o}^4 + \frac{2 \cdot J_{tl}}{\pi \cdot \rho_{ocel} \cdot t_o}} = 114.525 \cdot \text{mm}$
Vnější průměr	$D_{2o} := 2 \cdot R_{2o} = 229.05 \cdot \text{mm}$

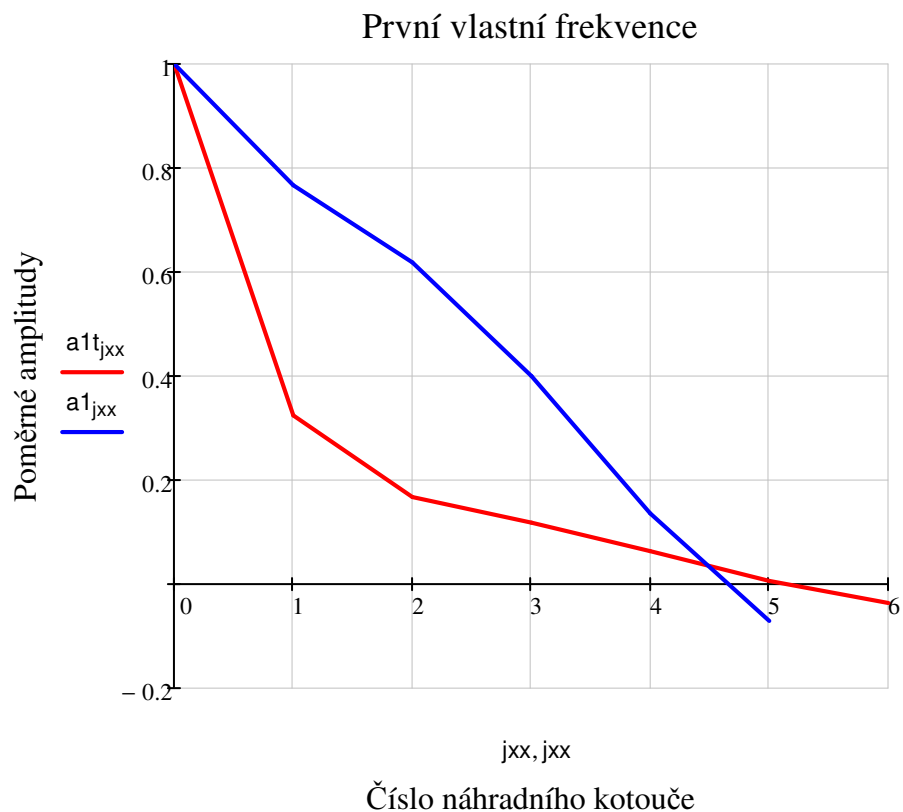
### 11.3 Napětí v pryžovém prstenci

Střední průměr pryžového prstence	$D_{str} := \frac{D_{1p} + D_{2p}}{2} = 195.066 \cdot \text{mm}$
Poměrná výchylka	$\Delta a_{1t_l} = 0.676 \quad \Delta a_{2t_l} = 1.811$
	$\Delta a_{2t_l} > \Delta a_{1t_l}$
Střídavý kroutící moment působící v pryžovém prstenci	$M_{k_{tl}} := \phi_{2t_9} \cdot c_{tl} \cdot \Delta a_{2t_l} = 10.929 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$
Smykové napětí v pryžovém prstenci	$\tau_p := \frac{2 \cdot M_{k_{tl}}}{\pi \cdot b_{tl} \cdot D_{str}^2} = 0.052 \cdot \text{MPa}$

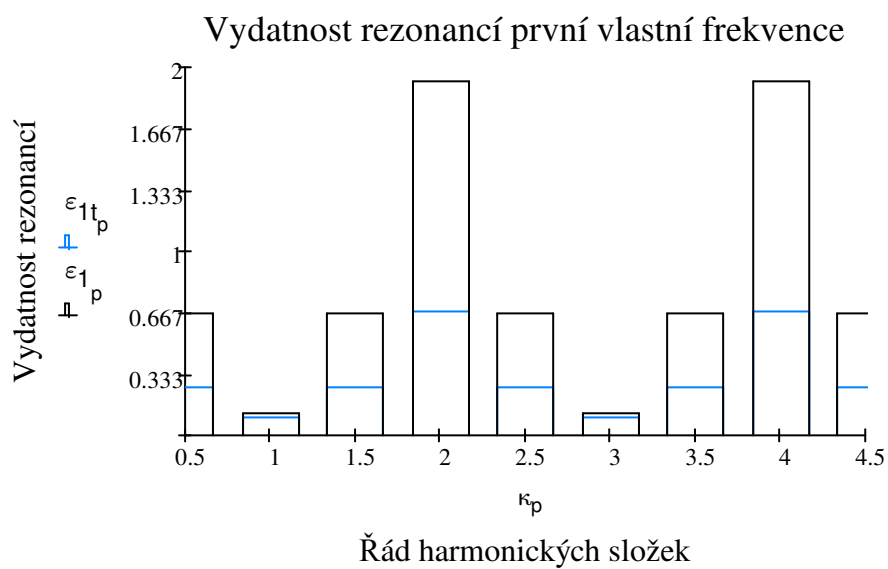
Smykové napětí se musí pohybovat do 0,3 MPa

## 12. Vyhodnocení výsledků

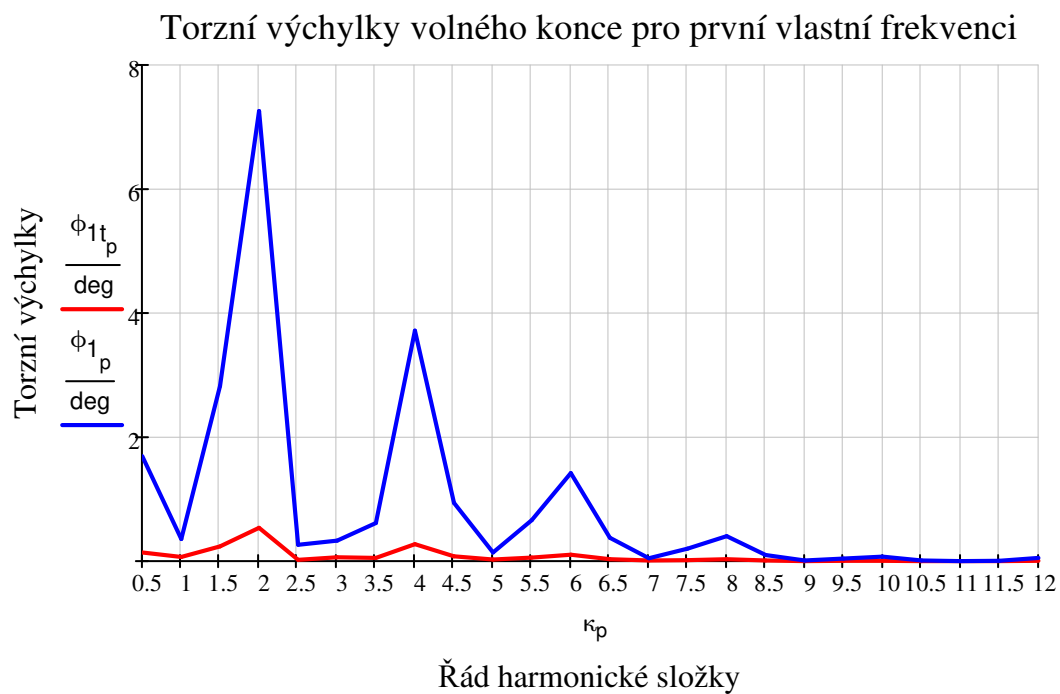
### 12.1 Porovnání první vlastní frekvence tlumené a netlumené soustavy



### 12.2 Porovnání vydatnosti rezonancí první vlastní frekvence tlumené a netlumené soustavy



### 12.3 Porovnání torzních výchylek volného konce klikové hřídele u tlumené a netlumené soustavy - první vlastní frekvence



### 13. Teplotní pole v pryžovém tlumiči

Načtení hodnot disipovaného výkonu

$\text{vykon} := \text{READPRN}(\text{"disV.dat"})$

Počet hodnot

$n_p := 70$

Přiřazení indexu

$xx := 0 \dots n_p$

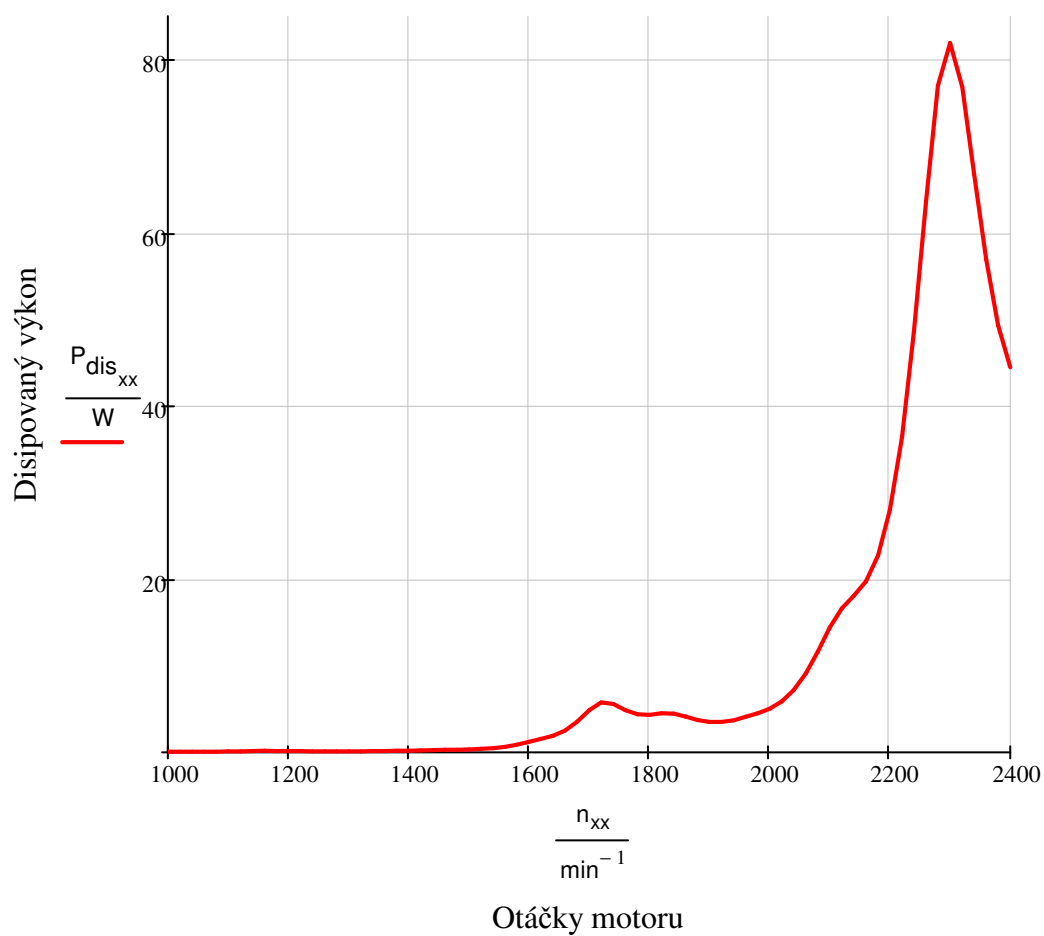
Otáčky motoru

$n_{xx} := (20 \cdot xx + 1000) \cdot \text{min}^{-1}$

Disipovaný výkon

$P_{\text{dis}_{xx}} := \text{vykon}_{xx} \cdot W$

Závislost disipovaného výkonu na otáčkách motoru



### 13.1 Přírůstek teploty

Objem navrženého pryžového tlumiče

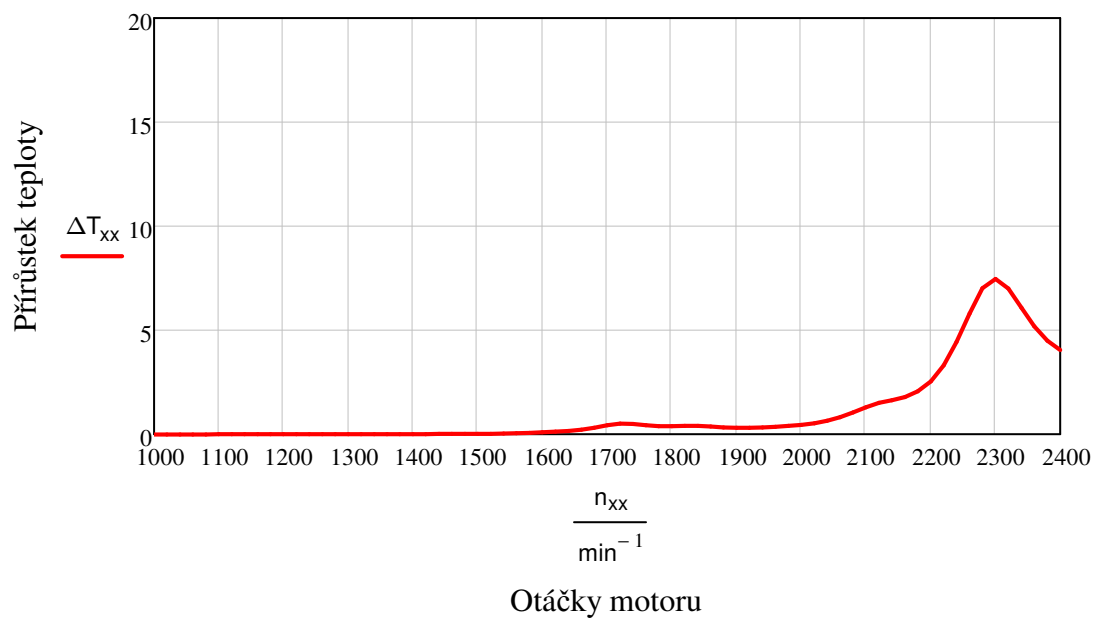
$$V_t := b_{tl} \cdot \frac{\pi \cdot D_{2p}^2}{4} - b_{tl} \cdot \frac{\pi \cdot D_{1p}^2}{4} = 6.449 \times 10^{-5} \cdot m^3$$

Tepelná vodivost gumy  $\lambda_{pryže} := 0.26 \frac{W}{m \cdot K}$

Hodnota vnitřích zdrojů tepla  $Q_{xx} := \frac{P_{dis_{xx}}}{V_t}$

Přírůstek teploty  $\Delta T_{xx} := \frac{Q_{xx} \cdot b_{tl}^2}{8 \cdot \lambda_{pryže}}$

**Průběh přírůstku teploty v pryžovém členu v závislosti na otáčkách motoru**



### 13.2 Parabolický průběh teploty

Teplota povrchu řemenice  $T_w := 343.15K$   $T_w = 70 \cdot ^\circ C$

Parabolický průběh teploty

$$T(x) := T_w + \frac{Q_{xx} \cdot b_{tl}^2}{\lambda_{pryze}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{x}{b_{tl}} - \left( \frac{x}{b_{tl}} \right)^2 \right]$$

Otáčky motoru 1900 1/min

$$T1(x) := T_w + \frac{Q_{46} \cdot b_{tl}^2}{\lambda_{pryze}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{x}{b_{tl}} - \left( \frac{x}{b_{tl}} \right)^2 \right]$$

Otáčky motoru 2000 1/min

$$T2(x) := T_w + \frac{Q_{51} \cdot b_{tl}^2}{\lambda_{pryze}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{x}{b_{tl}} - \left( \frac{x}{b_{tl}} \right)^2 \right]$$

Otáčky motoru 2100 1/min

$$T3(x) := T_w + \frac{Q_{56} \cdot b_{tl}^2}{\lambda_{pryze}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{x}{b_{tl}} - \left( \frac{x}{b_{tl}} \right)^2 \right]$$

Otáčky motoru 2200 1/min

$$T4(x) := T_w + \frac{Q_{61} \cdot b_{tl}^2}{\lambda_{pryze}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{x}{b_{tl}} - \left( \frac{x}{b_{tl}} \right)^2 \right]$$

Otáčky motoru 2300 1/min

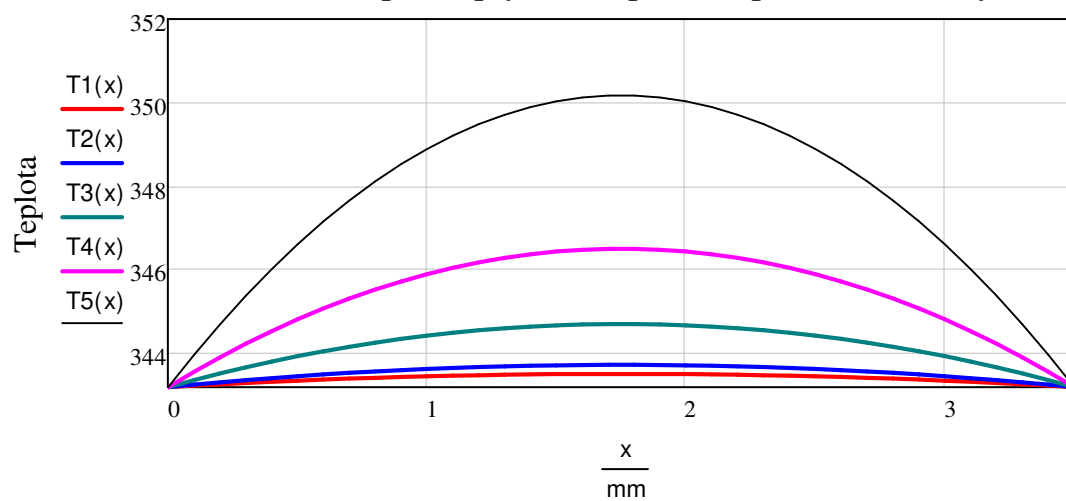
$$T5(x) := T_w + \frac{Q_{66} \cdot b_{tl}^2}{\lambda_{pryze}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{x}{b_{tl}} - \left( \frac{x}{b_{tl}} \right)^2 \right]$$

Výpis hodnot

krok1 := 0.1 · mm    imax := 1 ·  $\frac{\text{mm}}{\text{krok1}}$     imax := 35    a := 0 .. imax    xa := a · krok1



Průběh teplot v pryžovém prstenci pro různé otáčky



- otáčky 1900 1/min
- otáčky 2000 1/min
- otáčky 2100 1/min
- otáčky 2200 1/min
- otáčky 2300 1/min